This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

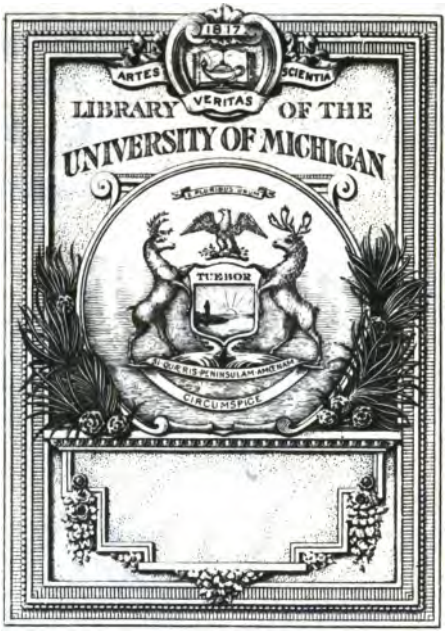
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

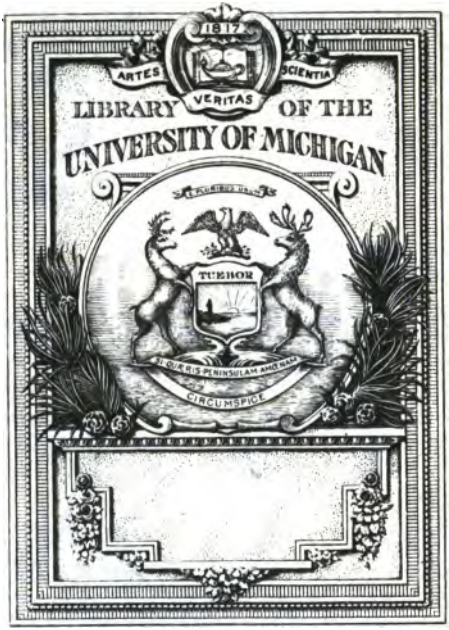
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE


1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

TA
544
.AG1

Anleitung
zur
Meßkunſt

Zum Gebrauche
der
deutſchen Schulen
in den
kaiſerl. königl. Erblanden.

Mit Ihrer röm. kaiſ. auch kaiſ. königl. apoſt. Majeſtät allergnädigſter Freyheit.

WIEN,
Im Verlagsgewölbe der deutſchen Schulbuchhalt bey St. Anna in der Johannesgaſſe 1776.

Hist of sci.
Krauss
7-21-36
32489

Vorrede.

1-23-40

In dem fünfzehnten Hauptstücke des ersten Theils unsers Methodenbuches ist wohl das Vornehmste gesagt, was man in einer Vorrede zu dieser Anleitung sagen könnte, da wir aber ein und anders nachzutragen haben, und diese Anleitung auch wohl in solche Hände gerathen möchte, denen das Methodenbuch nicht vorkömmt, so halten wir nicht für überflüßig hier das Wesentliche zusammen zu setzen. Bey gegenwärtiger Anleitung hat man vornämlich die Absicht künftigen Bürgern des Staats zu dienen, die als Beamte in der Stadt und auf dem Lande; als Gärtner, Maurer, Zimmerleute ꝛc. einige Kenntniß der Meßkunst nöthig haben, oder solche doch nützen können. Wir haben deßhalben nur die gemeinsten Dinge, und zwar so wie

man im gemeinen Leben davon gebrauch macht, das ist: recht praktisch ohne allzuviel Theorie gelehret; da wir die Geometrie der Ausübung wegen lehren, so haben wir gleich im ersten Theile das Wesentlichste angeführet, was dazu gehöret, wir haben solche Aufgaben gewählet, die zwar zur Längenmessung gehören, welche aber andere erst bey der Flächenmessung, oder wohl gar vortragen, nach dem das theoretische aller Theile der Geometrie ist abgehandelt worden.

Man würde sich von der gewöhnlichen mathematischen Lehrart gänzlich entfernet, und auch die Beweise der wenigen hier befindlichen Lehrsätze nicht eingerücket haben, wenn in unsern Schulen sich nicht auch solche junge Leute befänden, die mit der Zeit weiter gehen, dergleichen Wahrheiten und die Gründe davon tiefer einsehen wollen; diesen muß man doch einigen Vorschmack von der Art geben, darnach man mathematische Disciplinen wissenschaftlich vorträgt. Für Personen aber, denen diese Anleitung eigentlich gewidmet ist, sind nach der sehr richtigen Anmerkung des in der Theorie und Praxi überaus erfahrnen kaiserl. königl. Hofmathematici Herrn Nagels mechanische Beweise vollkommen hinlänglich, sie vertreten die Stelle der theoretischen, wenn ein geschickter Lehrer die Wahrheit eines wichtigen Satzes, den er Schülern vorgetragen hat, theils durch Zirkel, Lineal und Transporteur, theils durch Figuren welche aus Papier

pier oder Holz verfertiget sind, handgreiflich zu machen weiß.

Damit aber jedermann verstehe, was durch mechanische Beweise gemeinet sey: so wollen wir hier den Satz in jedem Triangel machen alle 3 Winkel genau 180 Grad aus; folgender massen erweisen:

1) Der Lehrer wähle einen Triangel, dessen Winkel lauter ganze Grade haben.

2) Er lasse mit dem Transporteur jeden Winkel des gegebenen Triangels messen und aufschreiben.

3) Er lasse die gefundenen und aufgeschriebenen Winkel neben einander auf eine gerade Linie tragen.

So wird sich finden, daß sie zusammen weder mehr noch weniger als genau 180 Grade enthalten.

Diese Art zu beweisen erstrecket sich zwar sehr oft nur auf einzelne Fälle, sie ist aber besonders bey der Jugend von sehr großem Nutzen, und wenn ein Lehrer sich derselben bedienen will, so hat er nichts nöthig als nur dem Gedächtnisse seiner Schüler die Grund- und Lehrsätze einzuprägen darauf die Sätze und Aufgaben gegründet sind; er muß erstere aus dem Buche, das er beym Unterricht brauchet, anzeigen, und solche, wenn sie daselbst nicht vorhanden wären, hinzusetzen, und alsdenn wie im obigen Beyspiel ist gewiesen worden, die Beweise mechanisch geben.

Die in den Lektionskatalogen für die Meßkunst ausgesetzte Zeit gestattet uns nicht weit-

künftiger zu seyn, und der geringe Preis, dafür man die Jugend bedienen will, hat uns genöthiget die Figuren ziemlich klein machen zu lassen; dieß ist aber bey uns um so weniger schädlich, da wir eines theils in unseren Schulen nicht nur die Figuren zum Vorzeigen groß gezeichnet, sondern auch Modelle zur Demonstration nebst den zur Ausübung nöthigen, und hier angeführten Werkzeugen zur Hand haben.

Für die Lehrer, die eben nicht immer die Handgriffe kennen, welche bey Auflösung der Aufgaben im Felde und der Werkzeuge unentberlich sind, haben wir manches ausführlicher gesagt, als man es wohl sonst in Lehrbüchern findet; wir haben jedem Lehrer sogar ein praktisches Buch nämlich: Penthers Anleitung zur Geometrie, und auch ein anders zu Nürnberg bey Weigeln im Jahre 1750. heraus gegebenes Buch empfohlen, welches Anleitung giebt die geometrischen Messungen wohl zu zeichnen, es führet den Titel: Der zu verfertigung schöner Risse getreulich anweisende Ingenieur in zwey theilen.

Diese zwey Bücher setzen den Lehrer in Stand, seine Schüler so zu unterrichten, daß letztere von dem Erlernten jenen Gebrauch werden machen können, den man sich bey Abfassung dieses Buches und bey der Vorschrift in Schulen die Meßkunst lehren zu lassen vorgesetzet hat; es kömmt nur darauf an, daß der Lehrer die in jedem dieser Bücher beschriebenen Handgriffe sich selbst wohl bekannt ma-

che, daß er solche nöthigen Falls sich von einem Feldmesser zeigen lasse, und durch einige Uibung sich in Stand setze dieselben den Schülern wieder zu zeigen.

Jedermann muß hieraus erkennen, daß es bey diesen Hilfsmitteln sehr möglich ist zu erhalten, was die Vorschrift des Methodenbuches fodert, nämlich:

1) Daß der Lehrer die zur ausübenden Meßkunst gehörige Lehrsätze kurz und deutlich, und nur so weit vortrage, als es nöthig seyn kann, um bey der Ausübung richtig zu verfahren.

2) Daß die Figuren und Körper nicht nur auf der grossen Tafel in der Schule von dem Lehrer mit Kreide, sondern auch auf dem Papier vorgezeichnet werden.

3) Daß die Schüler lernen die Figuren und Körper zu erkennen, richtig und sauber zu zeichnen.

4) Daß die Messungen nicht nur im kleinen mit dem Zirkel und verjüngten Maaßstabe vorgenommen, sondern auch im großen, und zwar mit den gewöhnlichsten Werkzeugen zu messen, und das Erlernte auszuüben Anleitung gegeben werden. *

Für jede Schule hat man zu desto deutlicherer Erkenntnisse, und um die vorgetragenen Lehren leichter zu begreifen, nebst den zum Zeichnen unumgänglichen nöthigen Werkzeugen

* Bey der Wiener Normalschule geht es sehr gut an, alle Messungen, deren das Lehrbuch erwähnet, in dem Prüfungssaale eher ausüben zu lassen, als man die Schüler aufs Feld führet.

die regulären geometrischen Körper und nachstehenden Instrumente anzuschaffen, sie dürfen gar nicht kostbar und wie man sie hin und wieder findet, prächtig, sondern nur richtig und zum Gebrauche bequem seyn.

Verzeichniß der anzuschaffenden Instrumente.

Zum Messen grader Linien

a) Zwey Meßruthen auf Stäben
b) Ein Schuh in Zolle abgetheilet

(alles nachdem üblichen Landesmaaß.)

c) Eine Meßkette nebst dazugehörigen Stäben.
d) Eine Schnure.
e) 12. Abstecke Stäbe.
f) 10. Zeichenstäbel oder Piquets mit dazu gehörigen Futeralen.

Zu wagrechte Linien.

g) Eine Setzwage.
h) 2. Wagelatten jede von 2 Klaftern.
i) 3. Stäbe mit eingeschnittenen Maassen, und beweglichen Armen zur Richtung der Wagelatten.

Zu senkrechten Linie

k) Ein grosser Winkelhaken.
l) Ein Senkbley.

Zum Winkelmessen.

m) Ein Halbzirkel mit Absichten, und dazu gehörigen Gestelle.
n) Ein Meßtischel mit Zugehör.
o) Ein Bouffolle zum messen mit Absichten.

I. Theil
der
Meßkunst
die
Longimetrie
oder
Längenmessung.

Tabelle
über
den ersten Theil.

Eintheilung.

Erklärungen.

Was Geometrie, Erd oder Feldmeßkunst sey (1.)
Woher der Namen, wie sie entstanden (2.)
Was eine Größe sey (3.)
Wie eine Linie (4.) Fläche (5.) und Körper (6.) entstehe.
Einige Erinnerungen wegen zweyer Modelle (7).
Was ein Körper (8.) Fläche (9.) Linie (10.) und Punkt (11.) sey, und wodurch jedes dieser Dinge begränzet werde.

Vom Messen und dem Maaße.

Was Messen heiße (12.)
Wodurch man gemessen hat
a) in alten (13.)
b) in mittleren (14.) und
c) in neuern Zeiten (15.)
Bestimmungen einiger der bekanntesten Maaßen in Europa (16.)
Maaß bey Messen der Gebäude (17.)
— — der Felder (18.)
Wo der Maaßstab beym Ausmessen im Grossen anzubringen sey (19.)

Von

Berechnung des Maaßes (20.)
Was ein verjüngter Maaßstab sey (21.)

Gegenstände des Messens.

Es giebt dreyerley Ausmessungen (22.)
a) der Längen.
b) der Flächen.
c) der Körper.

Theile der Meßkunst.

Verschiedene Theile der Meßkunst nach den Dingen die man mißt (23.)
a) Longimetrie
b) Planimetrie
c) Stereometrie
Zum Messen gehören Werkzeuge (24.)

Einige Grundsätze von 25. bis 32.

Erstes Hauptstück. Die Linien Messung Longimetrie.

I. Verschiedene Arten der Linien gerade und krumme (33.)
a) krumme Linien was sie sind (34.)
die einfacheste krummelinie ist der Zirkel (35.)
das Entstehen des Zirkels (36.)
verschiedene Dinge die man am Zirkel unterscheiden muß (37.)
Eigenschaften der ganzen und halben Durchmessers; der Sehnen. (38.)
Eintheilung des Umkreises (39.)
weitere Abtheilung und Zeichen der Theile (40.)
Anmerkungen über die Grösse der Theile (41.)
b) gerade Linien (42.)
Arten der geraden Linien (43.)
senkrechte (44.) wage-

wagerechte (45.)
gleichlaufende (46.)
schiefliegende (47.)
II. Von Winkeln.
Was ein Winkel sey (48.)
Schenkel (48.) des Winkels.
Spitzen (49.)
wie man Schenkel und Spitzen der Winkel bezeichne (51.)
Maaß eines Winkels (52.)
Arten der Winkel (53.)
rechter Winkel (54.)
schiefer Winkel (55.)
spitziger (56.)
stumpfer (57.)
Welches Maaß ein Winkel nicht haben könne (58.)
III. Einige Lehrsätze.
a) Von Winkeln.
Das Maaß eines rechten Winkels ist 90°. (59.)
Winkel welche neben einander auf einer geraden Linie stehen sind entweder zween rechte, oder doch alle zusammen zween rechten gleich (60.)
Scheitel oder einander entgegen stehende Winkel sind einander gleich (61.)
b) Von Linien
Gleichlaufend sind Linien die von einer dritten so durchschnitten werden, daß die Wechselswinkel einander gleich sind (62.)
Senkrecht sind jene Linien, wenn zween Punkte der einen von 2. Punkten der andern gleich entfernet sind (63.)
IV. Von zeichnen der Linien und Winkel, wie auch von den dazu nöthigen Werkzeugen.

Man

Man zieht Linien auf dem Papier und auf dem Felde (64.)

a) Werkzeuge zu Zeichnungen der Linien
auf dem Papier (65.)
auf dem Felde (66.)

b) Werkzeuge zum Zeichnen der Winkel.
auf dem Papier (67.)
auf dem Felde (68.)

c) Verfahren bey allerley Aufgaben.

1.) Bey Linien
geraden.
auf dem Papier.
Eine gerade Linie auf dem Papier zu ziehen (69.)
Zu unterſuchen ob ein Linial recht gerade iſt (70.)
Eine gerade Linie auf dem Felde zu ziehen (71.)
Stangen auf dem Felde ſenkrecht ohne ein Senkbley einzuſtecken (72.)
Auf einen Punkt in einer Linie eine ſenkrechte Linie zu ziehen (73.)
Auf einen Punkt außer der Linie eine ſenkrechte Linie herabfallen zu laſſen (74.)
Auf das Ende einer Linie eine ſenkrechte Linie zu ziehen (75.)
Gebrauch des Winkelhakens oder Triangels zum ziehen ſenkrechter Linien (76.)
auf dem Felde (77.)
Zu einer geraden Linie eine paralelle zu ziehen (78.)
Durch einen gegebenen Punkt über einer geraden Linie mit dieſer Linie

ein

ein paralell oder gleichlaufende Linie zu ziehen (79.)
Paralelle
Vom Gebrauche des Paralell Linials oder des Triangels an einem Linial (80.)
Wie man auf dem Felde Paralellinien ziehet (81.)
Krumme Linien.
Eine Zirkellinie auf dem Papier zu ziehen (82.)
— — auf dem Felde zu ziehen (83.)
— — aus 3. gegebenen Punkten zu ziehen (84.)
Den Mittelpunkt eines Zirkels zu finden (85.)
Den Punkt zu finden aus dem ein Zirkelbogen ist beschrieben worden (86.)
2.) Bey Winkeln.
Wie man jeden Winkel auf dem Papier machen solle (87.)
Wie man einen Winkel auf dem Felde abstecken solle (88.)
V. Vom Theilen der Linien.
1.) Theilung der geraden Linien
einer geraden Linie in 2. gleiche Theile (89.)
einer geraden Linie in mehrere Theile (90.)
2.) Theilung der Zirkellinien.
eines Bogens in 2. Theile (91.)
eines Zirkels in seine 360. Grad (92.)
3.) Eintheilung eines Maaßstabes
durch gleiche Linien (93.)
durch schräge oder Transversallinien (94.)

VI.

VI. Vom Messen der Linien

1.) Vom Messen gerader Linien.

Auf dem Papier

Eine gerade Linie auf dem Papier mit dem gemeinen Maaßstabe zu messen (95.)

Die Grösse eben dieser Linie noch genauer mit dem Transversalmaaßstabe zu messen (96.)

Auf dem Felde.

Eine gerade Linie mit Meßstangen zu messen (97.)

Eine gerade Linie mit der Kette zu messen (98.)

senkrechte Linie zu messen (99.)

wagrechte Linie zu messen (100.)

2.) Vom Messen krummer Linien

Einen Zirkel zu messen (101.)

Eine krumme Linie als die Krümmung eines Baches zu messen (102.)

VII. Vom Messen und vom Auftragen der gemessenen Winkel.

Auf dem Papier (103.)

Auf dem Felde (104.)

Ohne die Grade zu bestimmen

Einen Winkel mit bloßen Stäben zu messen (105.)

Einen Winkel mit dem Meßtische zu messen (106.)

Mit Bestimmung der Grade

Einen Winkel mit dem Halbzirkel, oder Astrolabio zu messen (107.)

Einen Winkel mit der Bouſſole zu messen (108.)

VIII. Anwendung der vorgetragenen Lehren vom Messen der Linien und Winkel.

Die Weite zweener Oerter zu finden, zu deren jedem man nur aus einem dritten Orte kommen kann (109.)

a. mit blossen Stäben.
b. mit dem Meßtischel.
c. — Halbzirkel.
d. — der Bussole.

Die Weite zweener Oerter zu messen, zu deren einem man nur kommen kann. (110.)

a. mit dem Meßtischel.
b. — Halbzirkel und der Bussole.

Die Entfernung zweener Oerter zu messen, zu deren keinem man kommen kann. (114.)

a. mit dem Meßtischel
b. mit dem Halbzirkel und der Bussole.

Die Höhe eines Baumes zu messen mit einem Stabe. (112.)

Mit einem blossen Stabe zu messen, ob der Stamm eines stehenden Baumes die verlangte Höhe habe. (113.)

Die Höhe eines Thurmes zu messen, zu dessen Fusse man kommen kann (114.)

mit dem Halbzirkel.

Eine Höhe zu messen zu deren Fusse man nicht kommen kann. (115.)

mit dem Halbzirkel.

Anmerkung wegen des Meßtischels und der Bussole.

Zweytes Hauptstück. Die Flächenmessung (Planimetrie.)

Von Figuren.

Namen der regulären, und wie sie zu zeichnen.

Von irregulären.
Einige Grund- und Lehrsätze.
Wie Figuren zu messen und auf Rissen vorzustellen sind.
Wie deren Inhalt zu berechnen.
Wie sie zu theilen.

Drittes Hauptstück. Die Körpermessung (Stereometrie.)
Arten der geometrischen regulären Körper.
Wie sie zu zeichnen.
Einige Grund- und Lehrsätze.
Wie die regulären
Wie die irregulären Körper auszumessen, und deren Inhalt zu bestimmen ist.

Ende der Meßkunst.

Einleitung.

A. Erklärungen.

1.

Die Geometrie oder Meßkunst ist eine Wissenschaft, welche die Grössen aller Art messen lehret.

2.

Anmerkung.

Man nennet die Geometrie auch die Erd- und Feldmeßkunst, weil a) die Grössen, welche man mißt, mehrentheils auf der Erde vorkommen, b) weil die Aegyptier die Meßkunst zu erst bey Wiederherstellung der Gränzen ihrer Felder, wenn solche durch die Uiberschwemmungen des Nils unkenntlich geworden waren, erfunden und angewendet haben.

3.

Die Grösse besteht in der Ausdehnung.

4.

Durch die Ausdehnung oder die Bewegung eines Punktes, welcher Spuren seiner Bewegung (etwa wie ein Rad das Gleis) zurück läßt, stellet man sich das Entstehen einer Linie vor.

5.

Durch eine der vorherbeschriebenen ähnliche Ausdehnung einer Linie stellet man sich das Entstehen einer Fläche vor.

6.

Durch dergleichen Bewegung einer Fläche an einer Linie stellet man sich das Entstehen eines wenigstens zum Theile regulären Körpers vor.

7.

Anmerkung.

Diese Vorstellung, so viel als sich thun läßt, den Schülern sinnlich zu machen, hat man ein paar Modelle; da solche aber nicht anders als körperlich können gemacht werden, so muß der Lehrer bey dem Vorzeigen dieser Modelle die nöthigen Erinnerungen machen, der Einbildungskraft seiner Schüler zu Hilfe kommen, und sie anleiten bey dem was Punkte, Linien, und Flächen betrifft, nicht an das, was am Modellekörperlich ist, zu denken, sondern in Gedanken das Körperliche abzusondern.

8.

Ein Körper ist dasjenige, dabey man Länge, Breite, und Dicke findet.

9.

Die Fläche ist das Aeuserste eines Körpers; man findet nirgends eine Fläche als auf den äuserſten Seiten eines Körpers, man hat aber Ursache, sich die Fläche sowohl als Punkte und Linien besonders vorzustellen.

Eine Ausdehnung in die Länge und Breite zugleich, nennet man eine Fläche; das End der Fläche sind Linien, jede Fläche wird durch Linien begränzet.

10.

Eine Ausdehnung bloß in die Länge nennet

man

man eine Linie, der Anfang sowohl als das End jeder Linie ist ein Punkt.

11.

Der Punkt im mathematischen Verstande ist untheilbar, er ist keiner wirklichen Ausdehnung fähig. Aber so einen Punkt giebt es in der Natur nicht. Was man Punkte im gemeinen Leben nennet, sind keine mathematische Punkte, es sind Tüpflein die untheilbar scheinen, oder Körperchen, wie die Sonnenstäublein, in denen man keine Theile und Ausdehnung wahrnehmen kann, oder nicht wahrnehmen will.

B. Vom Messen und dem Maße.

12.

Messen heißt eine unbekannte Grösse mit einer bekannten Grösse vergleichen und angeben, wie oft die unbekannte grösser oder kleiner sey, als die bekannte Grösse.

Die bekannte Grösse, mit der man eine andere Größe vergleichet, heißt der Maßstab.

13.

Die Alten verglichen die Grösse besonders die Länge, welche sie messen wollten, mit der Grösse einiger Theile ihres Leibes, einen oder den andern Theil nahmen sie zum Maßstabe an.

Diese Theile waren a) der Finger (Digitus;) b) der Daumen (pollex;) c) die Querhand, die Handbreite (palmus;) d) die Spanne, (spithama;) e) der Fuß (pes;) f) die Länge des Armes, Elle, (ulna;) g) die Länge beyder ausgespannten Arme, Klafter, (orgya;) h) der Tritt und der Schritt, (gressus;) passus.

In den mittlern Zeiten hat man zwar die Namen dieser Maßstäbe beybehalten, dieselben aber nicht mehr nach der natürlichen Gröſse der menschlichen Körpertheile, sondern nach der Breite der Gerstenkörner berichtiget. Die Breite 4. nebeneinander liegender Gerstenkörner nennete man einen Finger; 1½ Finger hieß der Daumen, welchen man nach der Zeit auch den Zoll, (Uncia, assis) genannt hat. Eine Querhand zählete 4, und eine Spanne 12. Finger. Einem Fuß (Werkschuh, Schuhmaß) gab man 16. Finger oder 12. Zolle, 4. Handbreiten. Das Schuhmaß hat sich bey einigen Zünften deutscher Handwerksleute bis auf unsere Zeiten erhalten, daher heißt es auch Werkschuh. Eine Elle ward bald auf 1½ Fuß, bald auf 2. Fuß, und eine Klafter auf 6. oder 7. Fuß ausgesetzet. Den Tritt (oder Schritt) hat man 2. bis 2½ Fuß, den Schritt (oder doppelt auch geometrischen Schritt) hat man 4. oder 5. Fuß lang angenommen.

15.

In den neuern Zeiten, da man die Unzuverläſſigkeit dieser von dem menschlichen Leibe oder Gerstenkörnern hergenommenen Maßstäbe einsah, haben verschiedene Völker eine willkürliche Länge für eine Elle, oder für einen Fuß angenommen, und ihr Maß genau zu bestimmen gesuchet. Die Franzosen haben darauf besondere Sorgfalt verwendet, und sich beflissen das Aichmaß unveränderlich zu bewahren; daher kömmt es, daß man

die

die Längenmaße aller Nationen nach den Theilen des französischen Maßstabes angiebt, und danach bestimmet.

16.

Nach den Bestimmungen des Herrn Liegnig (in Dimensione gradus meridiani Viennensis p. 19.) stehen die verschiedenen Fußmaße in dem nachstehenden Verhältnisse.

Wienerfuß	100000.
Straßburger	91544.
Bairischer	92331.
Böhmischer	93767.
Tononischer	120319.
Dänischer	100166.
Leidner, oder Rheinländ.	99426.
Londner	96460.
Meiländischer	188400.
Mährischer	105700.
Nürnberger	96109.
Pariser	102764.
Schlesischer	91550.
Schwedischer	93951.

Hiebey sind zwey Dinge zu bemerken: 1) Daß diese Verhältnisse bey verschiedenen Schriftstellern auch verschiedentlich angegeben werden. 2) Daß man nach dergleichen Verhältnissen ein gegebenes Maß leicht in ein anderes durch Hilfe der verkehrten Regel De tri verwandeln könne. Z. B. wenn man wissen wollte, wie viel 100. Wienerfuß nach Pariserma betragen, so dürfte man nur schließen.

In den mittlern Zeiten hat man zwar die Namen dieser Maßstäbe beybehalten, dieselben aber nicht mehr nach der natürlichen Gröſse der menschlichen Körpertheile, sondern nach der Breite der Gerstenkörner berichtiget. Die Breite 4. nebeneinander liegender Gerstenkörner nennete man einen Finger; 1¼ Finger hieß der Daumen, welchen man nach der Zeit auch den Zoll, (Uncia, allis) genannt hat. Eine Querhand zählete 4, und eine Spanne 12. Finger. Einem Fuß (Werkschuh, Schuhmaß) gab man 16. Finger oder 12. Zolle, 4. Handbreiten. Das Schuhmaß hat sich bey einigen Zünften deutscher Handwerksleute bis auf unsere Zeiten erhalten, daher heißt es auch Werkschuh. Eine Elle ward bald auf 1½ Fuß, bald auf 2. Fuß, und eine Klafter auf 6. oder 7. Fuß ausgesetzet. Den Tritt (oder Schritt) hat man 2. bis 2½ Fuß, den Schritt (oder doppelt auch geometrischen Schritt) hat man 4. oder 5. Fuß lang angenommen.

15.

In den neuern Zeiten, da man die Unzuverlässigkeit dieser von dem menschlichen Leibe oder Gerstenkörnern hergenommenen Maßstäbe einsah, haben verschiedene Völker eine willkürliche Länge für eine Elle, oder für einen Fuß angenommen, und ihr Maß genau zu bestimmen gesuchet. Die Franzosen haben darauf besondere Sorgfalt verwendet, und sich beflissen das Aichmaß unveränderlich zu bewahren; daher kömmt es, daß man

die

die Längenmaße aller Nationen nach den Theilen des französischen Maßstabes angiebt, und danach bestimmet.

16.

Nach den Bestimmungen des Herrn Lisganig (in Dimensione gradus meridiani Viennensis p. 19.) stehen die verschiedenen Fußmaße in dem nachstehenden Verhältnisse.

Wienerfuß	100000.
Straßburger	91544.
Baierischer	92331.
Böhmischer	93767.
Bononischer	120319.
Dänischer	100166.
Leipziger, oder Rheinländ.	99426.
Londner	96460.
Meiländischer	188400.
Mährischer	105700.
Nürnberger	96109.
Pariser	102764.
Schlesischer	91550.
Schwedischer	93951.

Hiebey sind zwey Dinge zu bemerken: 1) Daß diese Verhältnisse bey verschiedenen Schriftstellern auch verschiedentlich angegeben werden. 2) Daß man nach dergleichen Verhältnissen ein gegebenes Maß leicht in ein anderes durch Hilfe der verkehrten Regel De tri verwandeln könne. Z. B. wenn man wissen wollte, wie viel 100. Wienerfuß nach Pariserma betragen, so dürfte man nur schließen.

Wienerfuß, Pariserfuß, Wienermaß,
100000: 102764. = 100:
Pariſermaß.
thut $102\frac{191}{250}$.

17.

Bey Ausmeſſungen der Gebäude bedienet man ſich hier der Klafter, welche 6. Schuh, der Schuh 12. Zoll, der Zoll 12. Linien hält.

18.

Man bedienet ſich auch an vielen Orten in Deutſchland beſonders beym Feldmeſſen des rheinländiſchen Fußmaßes, man hat Ruthen jede zu 12. Schuh, dieſe 12. Schuhe oder die Länge einer Ruthe theilet man auch zuweilen in 10. Theile, und dann heißt ſo ein Theil ein Decimalfuß.

19.

Der Maßſtab deſſen man ſich beym Ausmeſſen im Groſſen bedienet, wird entweder auf einem geraden eine Ruthe oder eine Klafter langen Stabe, auf einer Kette, oder auch wohl auf einer Schnur angebracht, und auf letzterer wenigſtens die Füſſe unterſchieden.

20.

Man bezeichnet die Ruthen oder auch die Klaftern mit ° den Fuß mit 1′ die Zolle mit 1″ die Linien mit 1‴. Zolle und Linien vermerket man nur auf kleinen etwa fuß- oder ellenlangen Maßſtäben.

21.

Ein verjüngter Maßſtab iſt eine willkürliche Länge, die wohl eben ſo wie der beym

Meſ-

Messen gebrauchte Maßstab abgetheilet, davon aber jeder Theil sehr viel kleiner ist, als ein Theil des wirklichen Maßstabes.

C. Gegenstände des Messens.

22.

Es giebt dreyerley Ausdehnungen (4. 5. 6.) und daher auch dreyerley Gröſſen, die man zu messen verlangen kann. Man kann a)

1. bloßeine Länge, als etwa eines Weges; oder eine Höhe; als etwa eines Hauses, Thurmes, oder Berges, oder eine Tiefe, z. B. eines Brunnes, eines Thales messen wollen.
2. Man kann b) die Länge und Breite einer Sache zugleich, das ist: den Inhalt einer Fläche erforschen, als z. B. die Zahl von Ellen einer Tapete, oder etwann auch der Bretter wissen wollen, die man zur Bekleidung der Fläche einer Wand nöthig hat. Oder man will
3. den Inhalt eines Körpers, das ist: dessen Länge, Breite und Höhe, oder das Maß der Materie bestimmen, die einen Körper ausfüllet; z. B. das Maß vom Getreide, welches ein Kasten fassen kann.

D. Theile der Meßkunst.

23.

Diese dreyerley Ausdehnungen veranlassen dreyerley Theile der Meßkunst.

1. Die Messung der Längen, Höhen, und Tiefen, diese heißt man Longimetrie, Längenmessung.
2. Die Ausmessyng der Flächen heißt die Planimetrie oder Flächenmessung.
3. Die Ausmessung der Körper, man nennet sie Stereometrie.

24.

Zu jeder Art von Ausmessung gehören Werkzeuge, ein und dieselbe Messung kann mit verschiedenen Werkzeugen geschehen. Wir wollen nicht nur im folgenden Hauptstücke die gebräuchlichen Werkzeuge anführen, sondern auch weisen, wie man sich deren in den vornehmsten Gelegenheiten bedienen soll.

I. Einige Grundsätze.

25.

Zwo Gröſſen, die einer dritten gleich sind, sind selbst einander gleich.

26.

Wenn man gleiche Gröſſen zu gleichen hinzusetzet, so sind die zusammengesetzten Gröſſen gleich.

27.

Wenn man gleiche Gröſſen, von gleichen hinwegnimmt, so sind die übriggebliebenen Gröſſen gleich.

28.

Zwo Gröſſen, die das Zweyfache von einer dritten sind, sind einander gleich.

29.

Zwo Gröſſen, die die Hälfte von einen dritten sind, sind einander gleich.

30.

Gröſſen, die einander wechselweise decken, sind einander gleich.

31.

Das Ganze ist gröſſer als seine Theile einzeln genommen.

32.

Zwo gerade Linien schlieſſen keinen Raum ein.

Erſtes Hauptſtück.

Von der Längenmeſſung (Longimetrie.)

A. Von den verſchiedenen Arten der Linien.

33.

Es ſind zweyerley Hauptgattungen der Linien, nämlich gerade Fig. 1. und krumme Fig. 2.

34.

1. Die krumme Linie iſt diejenige, welche nicht gerad zu von einem ihrer Ende zu dem andern geht, ſondern entweder zur Rechten oder zur Linken, manchmal auch auf beyderley Art zugleich abweichet. Fig. 2.

35.

Die Zahl der verſchiedenen Gattungen der krummen Linien iſt ſehr mannigfaltig.

Die Zirkellinie iſt die allereinfachſte, regelmäſſigſte, und am leichteſten zu ziehen.

36.

36.

Fig. 3. Die Zirkellinie entsteht, wenn man eine gerade Linie CD. um einen unbeweglichen Punkt C. herum beweget.

37.

Die ganze Linie A D B F O E, die von dem unbeweglichen Punkte C überall gleich entfernet ist, wird die Peripherie oder der Umkreis; der halbe Theil A D B. die Semiperipherie oder der halbe Umkreis, ein jedes Stück derselben E F ein Bogen genannt.

Der Punkt C um den sie sich zieht, heißt der Mittelpunkt oder das Centrum. Die Linie A B die von der Peripherie bis wieder zur Peripherie durch den Mittelpunkt gezogen ist, heißt der Durchmesser oder Diameter; die Hälfte davon, nämlich die Linie C A vom Mittelpunkte bis zur Peripherie heißt der Halbmesser oder der Radius. Die Linie aber E F, die von einem Theile der Peripherie zu einer andern gezogen wird ohne den Mittelpunkt zu berühren, wird eine Sehne oder Chorda genannt.

38.

Alle Durchmesser und Halbmesser der nämlichen Zirkellinie sind einander gleich, die Sehnen aber können ungleich seyn, dieses wird man leicht aus der vorhergehenden Erklärung schließen können.

39.

Die Zirkellinie wird in 360. Theile welche man Grade nennet, eingetheilet.

Die-

Diese Zahl ist zur Theilung mit Fleiß gewählet worden, weil solche sich in viele gleiche Theile ohne, daß etwas übrig bleibt, theilen läßt; denn z. B. Die Hälfte von 360. ist 180. der dritte Theil 120. der vierte 90. der fünfte 72. der sechste 60. u. s. w.

40.

Jeder Grad des Umkreises eines Zirkels wird in 60. gleiche Theile, die man Minuten nennet, eine jede Minute in 60. Sekunden u. s. w. eingetheilet. Diese bezeichnet man also 40°, 30′, 24″ welches soviel als 40. Grad, 30. Minuten, 24. Sekunden andeutet.

41.

Die gröſsern und kleinern Umkreise der Zirkel werden in eine gleiche Anzahl Grade eingetheilet, in gröſsern Umkreisen aber sind die Grade gröſser als in den kleinern, doch hat ein ähnlicher Bogen eines gröſsern Umkreises nicht mehr Grade als der ähnliche Bogen eines kleinern.

42.

Eine gerade Linie ist jene, welche nach einerley geraden Richtung zwischen ihren Punkten liegt, und deßhalben ist sie auch die allerkürzeste unter allen denen, die man von einem Punkte zu dem andern ziehen kann.

43.

Unter den geraden Linien sind die drey folgenden besonders zu merken: die senkrechten oder Perpendikularlinien, die wag-

rech-

rechten oder Horizontallinien, und die gleichlaufenden oder Parallellinien.

44.

Fig. 4. Senkrechte Linien sind jene, die beym Zusammenlaufen sich nicht auf eine Seite mehr als auf die andere neigen. Dergleichen sind die Linien A B und C D.

45.

Fig. 4. Eine wagrechte Linie ist jene, welche so gleich als die oberste Fläche eines Wassers ist; es wird auch A B diejenige eine wagrechte Linie benennet, auf welcher eine andere Linie C D dergestalt aufsteht, daß sie auf der wagrechten Linie A B bleyrecht oder vertikal ist.

46.

Fig. 5. Gleichlaufende Linien werden diejenigen benennet, welche allzeit unter sich einerley Weite behalten, die, sie mögen auf einer oder auf der andern Seite verlängert werden, nimmer zusammen laufen. Dergleichen sind die Linien A B und C D.

47.

Fig. 5. Eine Linie welche in Ansehung einer andern die sie berühret, weder wag- noch senkrecht ist, heißt eine schiefe oder schiefliegende Linie, dergleichen ist E F in Ansehung A B und C D.

B. Von Winkeln.

48.

Wenn zwo Linien einander durchschneiden, oder in einem Punkte zusammenlaufen, so entsteht ein Winkel. 49.

49.

Die zwo Linien A C und C B, die mit einander einen Winkel o machen, nennet man die zwo Seiten oder Schenkel des Winkels. Fig. 6.

50.

Der Punkt C, wo sich die zwo Linien berühren oder durchschneiden; heißt die Spitze des Winkels.

51.

Ein Winkel wird entweder nur mit einem Buchstaben, oder mit mehrern angedeutet, so sage: Der Winkel o, oder der Winkel A C B. Wenn der Winkel wie im letzten Falle mit dreyen Buchstaben bemerket ist, so bedeutet der mittlere Buchstab (hier C) die Spitze, und die zween andern die Endungen der zwo Seiten. Fig. 6.

52.

Um die Grösse eines Winkels zu bestimmen hat man jedem Winkel denjenigen Bogen des Umkreises eines Zirkels zugeeignet, welcher von den beyden Schenkeln des Winkels abgeschnitten wird. Die Maß also eines Winkels ist die Anzahl der Grade, welche die Schenkel von dem Bogen eines aus des Winkels Spitze beschriebenen Zirkels in sich fassen. Wenn man die Seiten eines Winkels o Fig. 6. entweder verlängert oder verkürzet, wird der Winkel dadurch weder grösser, noch kleiner, es besteht also die Grösse eines Winkels und dessen Maß nicht in der Grösse seiner Seiten, sondern nur in

der

der Gröſſe des Zirkelbogens, den die Schenkel in ſich faſſen.

53.

Ein Winkel iſt entweder recht oder ſchief, danach nämlich eine Linie ſenkrecht oder ſchief auf der andern liegt.

54.

Fig. 3. Ein rechter Winkel iſt derjenige, welcher entſteht, wenn eine Linie auf eine andere ſenkrecht geſtellet iſt; ein ſolcher Winkel hält 90 Grad, wie unten ſoll erwieſen werden, ein rechter Winkel iſt der Winkel A C D.

55.

Ein ſchiefer Winkel iſt derjenige, welcher aus zwo ſchief gegen einander geneigten Linien entſteht, die ſich an einen Punkt berühren. Ein ſolcher Winkel iſt entweder ſpitzig oder ſtumpf.

56.

Fig. 6. Ein ſpitziger Winkel wird jener genannt, der kleiner iſt als ein rechter Winkel, das iſt. Deſſen Maß kleiner iſt als 90 Grad, dergleichen iſt der Winkel B C D.

57.

Fig. 6. Ein ſtumpfer Winkel hingegen iſt jener, welcher gröſſer iſt als ein rechter, und deſſen Maß gröſſer iſt als 90 Grade. Dergleichen iſt der Winkel A C B.

58.

Kein Winkel kann aus 180 Graden beſtehen, denn wenn zwo Linien ſo weit von einander ſtehen, können ſie einander

nicht

nicht durchschneiden, und einen Winkel ausmachen, sondern sie werden in einander fallen, und zu einer einzigen Linie werden.

C. Einige Lehrsätze.

1. Von Winkeln.

59.

Erster Lehrsatz.

Das Maß eines rechten Winkels ist 90°.

Beweis.

Wenn der Umkreis A D B F O E. durch die zween gleiche und aufeinander senkrecht stehende Durchmesser A B und D O in 4 gleiche Theile zerschnitten wird: so bekömmt man 4 Winkel, deren jeder zu seinem Maße den 4ten Theil des Umkreises das ist 90 Grade hat. Das Maß eines Winkels also, der von zwo auf einander senkrecht gezogenen Linien entsteht, ist von 90 Graden. Fig. 3.

60.

Zweyter Lehrsatz.

Winkel, welche neben einander auf einer geraden Linie stehen, sind entweder zween rechte oder zusammen zween rechten gleich.

Beweis.

Sind gedachte Winkel einander gleich, so sind sie zween rechte Winkel (59.) Sind Fig. 3.

Fig. 6. sie aber ungleich, wie die Winkel A C B. und B C D. so sind die Bögen A B und B D das Maß dieser zween Winkel (52). Diese Bögen machen eine halbe Zirkellinie aus, oder sie sind 180 Graden gleich, welches das Maß von zween rechten Winkeln ist (59) es sind also die Winkel, welche neben einander auf einer geraden Linie stehen, zween rechten Winkeln gleich.

Fig. 6. Auf gleiche Art kann dieses, wie von den zweenen Winkeln A C B und B C, auch von B C D und D C E gesaget werden.

61.
Dritter Lehrsatz.

Fig. 7. Wenn zwo gerade Linien A D und B E einander durchschneiden, so entstehen zween paar Scheitelwinkel, a c und b d. davon zween und zween, die sich entgegen stehen, einander gleich sind.

Beweis.

Da die Winkel b + a = zween rechten Winkeln oder 180° (60) und d + a eben zweenen rechten Winkeln oder 180° (60) gleich sind: so ist b + a = d + a (25 Grundsatz 1.) folglich b = d (27 Grundsatz 3.) eben so wird bewiesen, daß c = a und folglich, daß die Scheitel oder einander entgegen stehenden Winkel einander gleich sind.

Fig. 7. Hieraus erhellet, daß wenn zwo oder mehrere gerade Linien einander durchschneiden,

alle

alle um den Durchschnittspunkt befindliche Winkel zusammen genommen vier rechten Winkeln gleich sind.

2. Von Linien.

62.
Vierter Lehrsatz.

Wenn zwo gerade Linien A B und C D gleichlaufend sind, und eine dritte E F durch sie gezogen wird: so sind erstens die Wechselwinkel *m* und *n* einander gleich; zweytens der auswendige Winkel X ist dem inwendigen *m* gleich; drittens die beyden inwendigen auf einerley Seite befindlichen Winkel *m* und *o* sind zween rechten gleich. Dagegen wenn durch die zwo geraden Linien A B und C D eine dritte E F gezogen ist, und die vorgesagten Winkel einander gleich sind, so sind gedachte zwo gerade Linien gleichlaufend. Fig. 5.

Beweis.

1.) Wenn die Linie C D also über die Linie A B gesetzet wäre, daß der Winkel X mit dem Winkel m übereinkäme, und wenn man alsdann annimmt, daß diese Linie gleichlaufend sich hinab lasse, so ist es gewiß, daß der Winkel X noch immer dem Winkel m gleich wäre; denn sonst würde die Linie C D von der gleichlaufenden Richtung abweichen.

2) Da X = m, und wieder X = n (61) so ist auch m = n (Grundsatz) 3. Da X + o = 180° (60) und X = m, so wird auch m + o = 180°. Und da dieses hält, wenn die Linien gleichlaufend sind, wird es auch wahr seyn, daß die Linien gleichlaufend seyn werden, wenn diese Stücke zugegen sind.

63.

Fünfter Lehrsatz.

Wenn eine Linie CO auf einer andern AB so gestellet ist, daß zween ihrer Punkte C und O von den zween beyderseits gleich weit abstehenden Punkten A und B gleich entfernet sind, so wird die Linie CO senkrecht zu der Linie AB seyn.

Fig. 4.

Beweis.

Da die Punkte C und O sich nicht mehr gegen A als gegen B neigen, so wird sich auch die ganze Linie CO nicht mehr gegen A als gegen B neigen, in dem zween Punkte die Richtung einer Linie bestimmen; es wird also die Linie CO senkrecht zu der Linie AB seyn (44).

D. Vom Zeichnen der Linien und Winkel, wie auch von den dazu nöthigen Werkzeugen.

64.

Man zeichnet Linien und Winkel entwe-

weder auf dem Papiere, oder stecket sie auf dem Felde ab, zu beyden gehören Werkzeuge.

1. Werkzeuge zu Zeichnungen der Linien.

65.

Um Linien auf dem Papiere zu zeichnen, brauchet man ein Linial, einen Maßstab, Zirkel, Reißfeder, und Bleystift.

66.

Um Linien auf dem Felde abzustecken, brauchet man Stangen, Schnüre, zu senk- oder wagrechten auch Senkbley, eine Grund- oder Wasserwage.

2. Werkzeuge zum Zeichnen der Winkel.

67.

1. Um Winkel auf dem Papiere zu zeichnen brauchet man und zwar zu rechtwinklichen einen rechtwinklichen Triangel, M O N, überhaupt aber um jeden Winkel zu zeichnen einen richtig in seine Grade abgetheilten halben Zirkel, Fig. 15. den man insgemein Transportör nennet. Fig. 13.

68.

2. Winkel auf dem Felde abzustecken brauchet man einen Winkelmesser mit Absichten oder Dioptern, dergleichen sind die grössern Halbzirkel Fig. 27. oder das Astrolabium; die Bussole Fig. 28. u. d. m. manchmal kann man auch mit blossen Stäben auskommen.

3 Verfahren bey allerley Aufgaben.
a Bey Linien.

Auf dem Papiere.

69.

Erste Aufgabe.

Eine gerade Linie auf dem Papiere zu ziehen.

Auflösung.

a) Sind Punkte zum Ziehen der Linie gegeben, so leget man das Lineal an solche genau an.

b) Man beweget an dem Lineal eine Bleystift, oder eine Reißfeder dergestalt, daß sie die Linie auf dem Papiere beschreibe.

70.

Zweyte Aufgabe.

Zu untersuchen, ob ein Lineal recht gerad sey.

Auflösung.

a) Man ziehe nach dem Lineale was man untersuchen will, eine Linie auf dem Pa-
b) piere; man wende das Lineal um, und lege eben die Seite, danach man die Linie gezogen hat, an die gezogene Linie.

Wenn nun diese Linie mit dem Lineale in allen Punkten genau übereinkömmt, und nirgends abweicht: so ist dieß ein Merkmaal, daß das Lineal recht gerad ist.

71.

Dritte Aufgabe.

Eine gerade Linie auf dem Felde zu ziehen.

Auflösung.

Man spannet, wenn die Linie nicht zu lang ist, eine Schnur von einen Punkte zum andern, oder wenn sie sehr lang ist, stecket man in der Richtung der Linie in gehöriger Entfernung Stäbe oder Stangen senkrecht ein.

a) Um die Stäbe genau in die Linie einzustecken, müssen beyde Ende der Linie wohl kennbar seyn, oder durch eingesteckte Stangen kenntlich gemacht werden.

b) Der die Linie zieht, stellet sich einige Schritte hinter die Stange am Anfange der Linie, er läßt Jemanndenn mit einer Stange in der Richtung der Linie fortgehen, und da, wo er es für gut findet, Stangen einstecken, und diese recht

c) zu stecken, muß der hinter der ersten Stange stehende nach den beyden bereits kenntlich gemachten Enden der Linien dergestalt sehen, daß die Stange am Anfange der Linie die am Ende befindliche und die dazwischen gesteckte genau decke.

d) Er läßt alsdann denjenigen, der die Stange einstecken soll, solche senkrecht in die Höhe auf den Boden setzen, so lange rechts oder links gemach fortrücken, bis

er von der einzusteckenden Stange vor der ersten nichts sehen kann.

c) Ist dieses geschehen, so läßt er die Stange in dem Boden befestigen, und so viel Stangen auf eben die Art einsetzen, als er nöthig findet.

72.

Vierte Aufgabe.

Die Stangen auf dem Felde senkrecht ohne ein Senkbley einzustecken.

Auflösung.

a) Um die Stangen senkrecht einzustecken, steht man recht gerade,

b) hält die Füsse gerad vorwärts nebeneinander,

c) nimmt die Spitze der Stange zwischen die Spitzen, oder die Zehen der beyden Füsse,

d) wenn der obere Theil der Stange zwischen den Augen vor der Nase sich befindet, so kann er versichert seyn, daß die Stange senkrecht stecke.

73.

Fünfte Aufgabe.

Auf einem in einer Linie gegebenen Punkte eine senkrechte Linie zu ziehen.

Auflösung.

Es sey die gegebene Linie AD und I der gegebene Punkt, auf oder in der Linie, Fig. 8.

a) man bemerke mit einerley Oeffnung des Zirkels aus dem Punkte I zween gleiche Theile IO, und IE.

b) Alsdann beschreibt man aus O sowohl als aus E mit einer Oeffnung des Zirkels über I die zween Bögen, welche sich in C, durchschneiden.

c) Durch die Punkte C und I ziehe man die Linie CI; diese wird sodann die verlangte senkrechte Linie seyn.

74.

Sechste Aufgabe.

Auf eine Linie aus einem auser derselben gegebenen Punkte eine senkrechte Linie fallen zu lassen.

Auflösung.

Es sey eine gegebene Linie AD, und C der gegebene Punkt. Fig. 8.

a) Man setzet einen Fuß des Zirkels in C, öffnet den Zirkel so weit, daß der andere Schenkel die Linie AD berühre, und

b) mit diesen andern Schenkel machet man einen blinden Bogen OE, welcher die Linie AD in O und E durchschneidet.

c) Alsdann beschreibt man unterwärts aus

den Durchschnittspunkten O und E zween Bögen, die sich in H durchschneiden,

d) man zieht durch den Durchschnittspunkt H und den gegebenen Punkt C die Linie CIH, diese ist die verlangte senkrechte Linie (63).

75.
Siebente Aufgabe.

Auf das End einer Linie eine senkrechte Linie zu ziehen.

Auflösung.

Fig. 9.

a) Man öffne den Zirkel nach Belieben, doch weniger als die gegebene Linie AB lang ist;

b) setze den einen Fuß an das Ende A der gegebenen Linie, den andern Fuß aber in einiger Entfernung von der Linie etwa in C,

c) man beschreibe aus dem Punkte C mit der Spitze die in A gestanden ist, einen Bogen dergestalt, daß er gröſſer als ein halber Zirkel werde, und die Linie AB in x und D durchschneide und bey A berühre.

d) Man lege ein Lineal dergestalt, daß es an den Punkt x und C anliege, ziehe eine Linie mit Bleystift,

e) wo diese gezogene Linie den beschriebenen Bogen in D durchschneidet, da lege man das Lineal abermals an, und ziehe von D nach A eine Linie, diese steht senkrecht auf dem Ende A der Linie AB.

76.

Anmerkung.

Man kann kürzer verfahren, wenn man in allen 3 Aufgaben ein Lineal genau an die gegebene Linie anleget, daran einen Winkelhaken, oder rechtwinklichten Triangel bis auf den gegebenen Punkt hinschiebt, und daran die Linie zieht. Fig. 13.

Der Winckelhacken oder Triangel muß aber richtig seyn; dieß erfährt man also: Man lege den einen Schenkel an ein Lineal, man ziehe an dem andern Schenkel eine Linie bis an das Lineal, lasse das Lineal unverrückt, wende aber den Triangel oder das Winkelmaß um, so, daß die Seite, welche erst zur rechten der gezogenen Linie war, nun zur linken derselben komme, trifft alsdann die gezogene Linie mit allen Theilen der Seite des Winkelhakens oder Triangels zusammen, so ist das Werkzeug richtig.

Auf dem Felde.

77.

Wenn man diese Aufgabe auf dem Felde ohne ein Winkelinstrument aufzulösen hat, so kann man sich anstatt des Zirkels einer Schnure oder Kette, und zu Bemerkung der Punkte kleiner Pfählchen bedienen; insgemein verfährt man im Grossen um einen rechten Winkel auf dem Felde zu ziehen also:

a) Auf die Linie AB, darauf eine senkrechte zu machen ist, mißt man aus dem Punkte Fig. 10.

A

A wo die senkrechte Linie hinkommen soll, 3 Ruthen oder Klaftern;

b) bemerket den Punkt A und das End der 3 Klaftern C mit Pfählchen;

c) man hängt eine Schnure oder Kette in C, nimmt darauf 5 Ruthen oder Klaftern, hält an deren End ein Stäbgen an, und zeichnet über den Punkt A, einen Bogen a b;

d) Eben dieß thut man aus A aber nur mit der Länge von 4 Ruthen oder Klaftern;

e) Wenn man aus dem Durchschnittspunkte x auf A eine Linie mit der Schnur zieht, oder mit Pfählchen absteckt, und nach Belieben verlängert, so entsteht dadurch eine senkrechte Linie.

78.

Achte Aufgabe.

Zu einer gegebenen geraden Linie eine gleichlaufende Linie zu ziehen.

Auflösung.

Fig. 11. Es sey die gegebene Linie AB.

a) Man beschreibet aus dem nach Belieben in der gegebenen Linie angenommenen Punkte A den Bogen c d.

b) Mit der nämlichen Oeffnung des Zirkels mache man aus einem andern ebenfalls in der Linie angenommenen Punkte B den Bogen e f.

c) Alsdann zieht man über die beyden Bögen

die Linie GH also, daß sie dieselben Bögen nur berühre, so wird die Linie GH gleichlaufend zu AB seyn.

79.

Neunte Aufgabe.

Durch einen gegebenen Punkt eine mit einer andern gleichlaufende Linie zu ziehen.

Auflösung.

Es sey C der gegebene Punkt und A B. die gegebene Linie.

a) Man beschreibe aus C in beliebiger Weite den Bogen E K, und mit der nämlichen Oeffnung des Zirkels aus E den Bogen F C. Fig. 12.

b) Alsdann trägt man die Weite C F aus E in K.

c) Zieht durch die Punkte C und K die Linie D H, so wird diese die verlangte gleichlaufende Linie seyn.

80.

In der Ausübung bedienet man sich des Parallellineals, oder was noch richtiger ist, eines gemeinen Lineals, sammt einem Dreyecke z. B. Es sey zu der Linie A B, aus D eine gleichlaufende Linie zu ziehen, so wird das Dreyeck M N O an die gegbeen Linie AB angeleget, und an der Seite des Dreyecks M O leget man das Lineal L I, hält selbes fest, und schiebt darauf das Dreyeck bis an den gegebenen Fig. 13.

Punkt

Punkt D, durch diesen Punkt zieht man die Linie C D E, welche die verlangte gleichlaufende Linie ist.

81.

Auf dem Felde bedienet man, sich wenn die Weite nicht zu groß ist, anstatt des Zirkels zum Bogenreißen der Schnüre, und die Länge zu bestimmen des Maßstabes; ist aber die Entfernung zu groß, so richtet man auf die gegebene Linie zwo senkrechte Linien von gleicher Länge wie oben (75.)und zieht durch die Endpunkte der zwo senkrechten Linien wie oben (79.) die verlangte gleichlaufende.

82.

Zehnte Aufgabe.

Eine Zirkellinie auf dem Papiere zu ziehen.

Auflösung.

a)Man stecket an den einen Schenkel des Zirkels Reißbley oder eine Reißfeder.

b)Oeffnet den Zirkel entweder nach Belieben oder nach der gegebenen Grösse des Halbmessers.

c)Setzet den Schenkel mit der Spitze an den Endpunkt des Halbmessers, den andern mit dem Reißbleye oder Reißfeder an den andern Endpunkt.

d)beweget den Theil des Zirkels mit dem Reisbleye oder der Reißfeder ohne die Oeffnung zu verändern, um den Punkt wo die Spi-

Spitze eingesetzet ist bis dahin, wo man die Bewegung angefangen hat, so ist geschehen, was man verlangte.

83.

a) Soll ein Zirkel auf dem Felde oder in einem Garten gezogen werden, so schlägt man einen runden Pfahl an den Ort des Mittelpunktes,

b) hängt daran eine Schnur mit einer Schleife nach der Grösse des Halbmessers, hält ein Stäbchen da, wo sich an der Schnur das Maß endiget.

c) Ohne das Stäbchen an der Schnur vor- oder rückwärts zu schieben, führet man die Schnure um den Punkt dergestalt herum, daß die Spitze des Stäbchens auf dem Boden die krumme Zirkellinie beschreibe.

84.

Eilfte Aufgabe.

Eine Zirkellinie durch drey gegebene Punkte zu ziehen.

Auflösung.

Es seyn die gegebenen drey Punkte A B C. Fig. 14

a) Man verbinde durch Linien die einander am nächsten stehenden Punkte.

b) Man richte in der Mitte einer jeden Verbindungslinie (nach 73.) eine senkrechte Linie auf, und verlängere sie auf der Seite, da sich die Linien gegen einander neigen.

c) Da wo sich diese Linien schneiden, setze man den einen Fuß des Zirkels ein, den an-

andern öffne man bis an einen Punkt, und ziehe den Umkreis: so werden die übrigen beyden Punkte auch in dem Umkreise sich befinden, und durch solche die Zirkellinie gezogen seyn.

85.

Zwölfte Aufgabe.

Den Mittelpunkt einer Zirkellinie zu finden.

Auflösung.

Fig. 14. a) Man nehme im Umkreise nach Belieben 3. Punkte an etwa A B C.

b) Verfahre wie oben, (84.) so wird man da, wo sich die senkrechten Linien schneiden, den Mittelpunkt des Umkreises haben.

86.

Dreyzehnte Aufgabe.

Den Punkt zu finden, aus dem ein Zirkelbogen ist gezogen worden.

Auflösung.

Fig. 14. a) Man nehme in dem gegebenen Bogen A B C 3. Punkte nach Belieben etwann A B C an.

b) Verfahre wie, (84.) so findet man wie (85.) den Mittelpunkt des Zirkels D, davon der Bogen ein Stück ist.

2.) Von Winkeln.

87.

Vierzehnte Aufgabe.

Auf irgend einer Linie A B jeden schiefen Winkel hier zum Beyspiele von 40° auf dem Papiere zu machen. Fig. 15.

Auflösung.

Man lege den Halbzirkel oder Transportör dergestalt an die gegebene Linie A B, daß der Halbmesser des Transportörs genau an diese Linie, der Mittelpunkt aber an den Punkt C, wo die Spitze des Winkels seyn soll, angeleget wird.

Man suche den gegebenen Grad des Winkels hier den 40ten auf dem Halbzirkel, zeichne bey diesem Grade des Transportörs auf das Papier einen feinen Punkt; durch diesen und den gegebenen Punkt auf der Linie ziehe man an einem Lineal eine Linie, diese machet den gegebenen Winkel.

88.

Fünfzehnte Aufgabe.

Auf dem Felde jeden gegebenen Winkel auf eine Linie abzustecken.

Auflösung.

a) Man setze das Werkzeug zum Winkel messen mit Hilfe des Senkbleyes dergestalt auf die gegebene Linie, daß der Mittelpunkt der Spitze des Werkzeuges just über den Fig. 27.

gegebenen Punkt das ist: über der Spitze des Winkels sich befinde.

b) Die Seite des Werkzeuges, wo die unbeweglichen Absichten sich befinden, richte man dergestalt, daß man dadurch das End der abgesteckten Linie sehe, befestige den Winkelmesser so, daß er sich nicht verrücke.

c) Die bewegliche Regel richte man auf den gegebenen Grad, und lasse da, wo die auf der beweglichen Regel befindliche Absichten hinweisen, einen Stab dergestalt einstecken, daß ihn der Faden der Absicht decke.

d) Man ziehe alsdann eine Linie von dem Stabe an den Punkt, der für die Spitze des Winkels ist gegeben worden,

D. Vom Theilen der Linien.

1. Vom Theilen der geraden Linien auf dem Papiere.

89.

Sechzehnte Aufgabe.

Fig. 4. **Eine gerade Linie in zween gleiche Theile zu theilen.**

Auflösung.

a) Man öfnet den Zirkel so, daß er mehr als die Hälfte der gegebenen Linie spanne.

b) Man setzet den einen Fuß in das End A, und reißt damit die Bögen in C und D.

c) Man setzet den Zirkel ohne die zuerst gebrauchte Oeffnung zu verändern in B. und

zieht damit die Bögen in D und C, welche sich in den Punkten D und C durchschneiden.

d) Durch die Durchschnittspunkte zieht man die Linie C D, wo diese in O die Linie A B durchschneidet oder berühret, da ist die Hälfte dieser Linie, und sie ist folglich in zween gleiche Theile getheilet.

Anmerkung.

Kann man den Bogen nicht auf beyden Seiten der zu theilenden Linie anbringen, so mache man mit zweyerley Oeffnungen diese Bögen unter einander nur auf einer Seite der Linie, wie Figur 8. dergleichen Durchschnitte, und ziehe dadurch die Linie.

90.

Aufgabe.

Eine gerade Linie in mehrere gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Sind die Theile gleich, das ist: lassen sie sich mit 2. so dividiren, daß nichts übrig bleibt, so theile man die zuerst abgetheilte Hälfte so weit, als es nöthig ist, auf eben die Art noch (89.) ferner ab.

Sind aber die Theile ungleich, daß sie sich durch 2. nicht dividiren lassen, ohne daß etwas übrig bleibt z. B. in 3. 5. 7. oder 9. gleiche Theile, Fig. 16.

a) so ziehe man schreg auf die gegebene Linie A B, eine andere A C nach Gefallen.

b) auf die schreg gezogene Linie setze man ungefähr von eben der Grösse, welche die verlangten Theile bekommen möchten, die Zahl der Theile (hier 3.).

c) Man verbinde den Endpunkt B der gegebenen Linie mit dem letzten Theilungspunkte (hier 3.) der schregen Linie durch eine dritte C. B.

d) Parallel mit der Linie C. B. ziehe man durch jeden Theilungspunkt der Linie B. C. andere Linien, bis an die einzutheilende Linie Die Berührungspunkte geben auf derselben die verlangten Theile.

2. Vom Theilen der Zirkellinie.

91.

Achtzehnte Aufgabe.

Fig. 17. **Einen Bogen A B in zween gleiche Theile zu theilen.**

Auflösung.

a) Man öffne den Zirkel etwas über die Hälfte des Bogens.

b) Man setze zuerst den einen Schenkel in A, alsdann mit unverrückter Oefnung in B und mache aus jedem Punkte über den Zirkelbogen die Durchschnitte e d, und g h.

c) Durch den Schnittpunkt f und den Mittelpunkt C des Bogens A B ziehe man eine Linie f C; diese wird den Bogen in 2. gleiche Theile theilen.

Anmerkung.

Wäre der Mittelpunkt nicht gegeben, so muß er noch (85.) gesuchet werden.

92.

Neunzehnte Aufgabe.

Einen Zirkel in seine 360. Grad zu theilen. Fig. 18.

Auflösung.

a) Man ziehe durch den Mittelpunkt von einem Ende des Umkreises bis zum andern eine Linie, diese ist der Durchmesser.

b) Auf den Durchmesser setze man eine senkrechte Linie, welche ebenfalls durch den Mittelpunkt des Zirkels geht, und auf beyden entgegen gesetzten Sekten den Umkreis berühret.

c) Man theile jeden 4ten Theil in 3. andere, welches geschieht, wenn man den Halbmesser nimmt, und aus einem Theilungspunkte des Umkreises sechsmal herum trägt, und hernach den 6ten Theil noch (91.) halbiret.

Jeden dieser Theile halbiret man abermals, und so hat man den Umkreis von 15. zu 15. Graden abgetheilet. Man theile ferner einen dieser Theile durch Versuchen in 3, und endlich einen dieser 3. Theile, auf eben die Art in 5. gleiche Theile, so ist der ganze Umkreis in 360. Theile getheilet.

3.) Einen verjüngten Maßstab zu machen.

93.

Zwanzigste Aufgabe.

Fig. 19. Einen Maßstab mit bloßen senkrechten Linien zu machen.

Auflösung.

Man theile eine gegebene Linie in so viel Theile, als es (nach 90.) nöthig ist, man unterscheide Ruthen oder Klaftern mit stärkern, die Schuh mit zärtern Linien; man setze dazu die Zahlen jedoch so, daß man erst bey der 2ten Abtheilung für die Klaftern oder Ruthen die Zahl 1. und so ferner von der linken zur rechten ansetzet; bloß der Raum zwischen dem Anfange der Linie und dem ersten Theile wird ferner nach der gewöhnlichen Zahl der Schuhe abgetheilet.

Anmerkung.

Auf einen solchen Maßstab kann man aber die Zolle nicht wohl anbringen, deßhalben machet man gemeiniglich den gleich zu beschreibenden Transversalmaßstab.

94.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Fig. 20. Einen Maßstab zu machen, darauf man nicht nur Klaftern oder Ru-

Ruthen und Schuh, sondern auch Zolle ausdrücken kann.

Auflösung.

Man mache, wie vorher (93.) ist gesaget worden, einen Maßstab.

Mit der Linie, darauf die Eintheilung gemacht ist, ziehe man so viel Parallelen, als der Schuh Zolle hat; durch die Theilungspunkte des Maßstabes, welche Ruthen oder Klaftern gelten, ziehe man durch alle Parallelen senkrechte Linien.

Durch die erste Eintheilung, welche die Füsse bedeuten, ziehe man nicht senkrechte, sondern von oben gegen den nächstfolgenden Theil schrege herabgehende Linien, diese theilen alsdann die dem Schuhe bestimmte Länge in die Zolle.

F. Vom Messen der Linien.

1. Gerade Linien zu messen, Auf dem Papiere. Mit dem gewöhnlichen Maßstabe.

95.

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

Den Durchmesser A D fig. 7. nach dem Maßstabe fig. 19. zu messen.

Auflösung.

Fasset mit dem Zirkel die beyden Endpunkte des Durchmessers.

Setzet den einen Fuß des Zirkels auf den verjüngten Maßstab dergestalt, daß die eine Spitze des Zirkels auf die Abtheilung komme, welche der Oeffnung des Zirkels und dem Ende des Maßstabes wo die Unterabtheilungen sind, am nächsten steht.

Zählet erstlich die Ruthen oder Klaftern, hernach auch die Schuhe, so habet ihr die Gröſſe dieses Durchmessers nach dem Maßstahe fig. 18. 1 Klafter 1 Fuß bestimmet.

96.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Die Gröſſe eben dieser Linie noch genauer auf dem Transversalmaßstabe fig. 19. zu bestimmen.

Auflösung.

Verfahret mit dem Zirkel wie vorhin (95.), nur müsset ihr mit der einen Zirkelspitze auf der Perpendikulärlinie herab auf jene parallele fahren, und dort einsetzen, wo die andere Spitze des Zirkels die Transversallinie berühret, welche die Zolle abschneidet.

97.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Auf dem Felde eine Linie mit Stangen zu messen.

Auf-

Auflösung.

a) Spannet, wenn es nöthig ist, sehr genau zu verfahren, in der Richtung der zu messenden Linie eine Schnur.

b) Leget daran, um nicht rechts oder links auszuschweifen, wenn der Boden eben ist, die eine Meßstange, an diese leget also die zweyte, alsdann hebet erst die erste auf, und leget sie an das andere End der zweyten, und so verfahret bis an das End der Linie,

c) schreibet die Zahl von Ruthen oder Klaftern genau auf.

d) Den Uiberschuß der Linie über ganze Schuhe messet mit einem Zollstabe, und schreibet deren Zahl zu der Zahl der Ruthen oder Klaftern und Schuhe so ist das Verlangte geschehen.

Anmerkung.

Ist der Boden sehr uneben, so muß man die Meßstangen nicht auf den Boden legen, sondern so gut, als es sich thun läßt, wagrecht halten; thäte man dieß nicht, so würde man die wahre Länge der wagrechten Linie, die man auf den Rissen vorzustellen hat, nicht erhalten.

98.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Die Länge einer Linie mit der Kette zu messen.

Auflösung.

An jedes End der Kette gehöret eine Person und ein Stab, welcher durch den Ring der Kette zu stecken ist.

a) Die Kette muß wohl angezogen, und darauf Acht gegeben werden, daß die Glieder nicht ineinander gewickelt, und auch nicht gekrümmet sind; auch muß solche, wenn es Berg an, oder Berg ab geht, wagrecht gehalten werden.

b) Der vördere Kettenträger, welcher ein Futeral mit einer gewissen Zahl etwa von 10. Zeichenstäbchen an der Hüfte angeschnallet haben muß, geht mit seinem Stabe in der Richtung der Linie fort.

c) Der hintere Kettenträger stecket seinen Stab in den Anfangspunkt der zu messenden Linie, er richtet den 2ten dergestalt, daß er von der Linie nicht abweiche.

d) Wenn die Kette gespannet ist, und der vördere Kettenträger den Kettenstab auf den Boden eingesetzet, und mit dessen Spitze ein Zeichen gemacht hat, zieht er den Stab wieder aus, und stecket dafür eines der kleinen Zeichenstäbchen ein.

e) Nachdem dieß geschehen, und der hintere Kettenträger seinen Kettenstab auch ausgezogen hat, ziehen beyde die Kette in der Linie so lang fort, bis der letzte oder hintere Kettenträger an den Ort kömmt, wo das Zeichenstäbchen befindlich ist; dieß zieht er aus, stecket es in ein dazu an der

Hüf-

Hüfte habendes Futeral, richtet den vordern Kettenträger, und dieser stecket abermals da, wo nach dem Anziehen der Kette der Stab ist eingesetzet worden, ein Zeichenstäbchen ein; so wird bis an das End der Linie verfahren.

f) Der Feldmesser, welcher neben der Kette hergehen kann, sieht darauf nach, wie viel Zeichenstäbe der hintere Kettenträger hat, er zählet die Ruthen und Schuh, mißt auch wohl mit einem Zollstabe, wie viel Zolle die Linien noch vom letzten Zeichenstäblein bis an das End vorhanden sind, und schreibt alles dieß in sein Memorial.

99.

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

Zu erforschen, ob eine Linie senkrecht sey oder nicht.

Auflösung.

Man nehme einen richtigen Winkelhacken oder Triangel, lege dessen Seiten an die Linien, die man untersuchen will, passen diese Linien in allen ihren Punkten genau an die Schenkel des Winkelhackens, so sind sie senkrecht.

In manchen Gelegenheiten bedient man sich auch des Senkbleyes; ist die Seite oder die Linie, daran man es hält, mit dem Faden, daran das Senkbley hängt, parallel, oder spielet die Spitze des Senkbleyes

bleyes auf dem gezeichneten Punkte, so ist eine solche Seite senkrecht.

100.

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Eine wagrechte Linie zu messen und zu bestimmen, wie viel eine Fläche davon abweiche.

Auflösung.

Fig. 21. Man bedienet sich dazu a. einer guten Setzwage, b. zweyer etwas langen Richtscheite von der Länge eines genau bestimmten Maßes z. B. einer Ruthe oder 2 Klaftern; insgemein aber c. einiger Pfähle, oder noch bequemer dreyer viereckiger Stäbe mit eingeschnittenem Maße und beweglichen Armen, um dadurch die Waglatte so lang zu erheben, bis die Setzwage richtig einschlägt.

Fig. 22.

a) Nachdem die Richtung der Linie bestimmet, und deßhalben eine Schnure gezogen ist: so setzet man beym Anfange jeder Linie A einen und nah am Ende der Waglatte den andern der oben beschriebenen Stäbe senkrecht bis an das Blech xx ein, das unten am Stabe befestiget ist, damit man den Stab bis dahin in die Erde stecke, und also ein bestimmtes Maß zum Anfange der Erhöhung über den Boden habe.

b) Man

b) Man erhebet die Arme beyder Stäbe, nachdem man die Waglatte und Setzwage darauf gestellet hat, so hoch, daß man den Faden der Setzwage bequem und genau sehen kann, und so lang bis die Latte wagrecht steht.

c) Wenn das Senkbley auf der Wage einschlägt, so befestiget man mit der Schraube den beweglichen Arm an jedem Stabe.

d) Man sieht nach der Zahl der Schuhe, Zolle, und Linien, darauf der Zeiger des Armes weiset zu erst am Stabe A, dann auch am Stabe B, man schreibt diese genau auf.

e) Wenn dieß geschehen ist, stecket man den dritten Stab c in der Linie weiter fort, wieder senkrecht ein, richtet wie vor den beweglichen Arm am 3ten Stabe, und leget die 2te Wagelatte dergestalt auf den Arm des 2ten und 3ten Stabes, daß das eine Ende der zweyten Waglatte genau an das End der ersten Waglatte anstosse; man verfährt mit Erhöhen des Armes, Richten der Latte, und dem Aufschreiben des Maßes, wie oben ist gesaget worden.

f) Nachdem dieß geschehen ist, läßt man die 2te Waglatte unverrückt liegen, nimmt aber die erste weg, zieht den ersten Stab aus, geht damit in der Linie weiter fort, wiederholet dieses Verfahren bis an das End, und so ist die Messung geschehen.

Die

Auflösung.

Messet den Halbmesser des Zirkes, so könnet ihr die Grösse des Umkreises erfahren, wenn ihr zu 100. 314. und der Grösse des Halbmessers die 4te proportional suchet, denn in jedem Zirkel haben die Durchmesser zu dem Umkreise einerley Verhältniß.

Anmerkung.

Die Gelehrten haben gefunden, daß wenn der Durchmesser 100 Theile hat, der Umkreis 314 solcher Theile habe; will man also z. B. wissen, wie lang die Borte eines Hutes seyn müßte, dessen Durchmesser 15″ beträgt, so verfahret also:

100. 314. 15″ $47\frac{1}{10}$ Zoll.

15

1570

314

4710.

Mißt man aber einen grossen Zirkel um ihn nach dem verjüngten Maßstabe in einem Risse vorzustellen, so ist es genug den Halbmesser zu messen.

102.

Neun und zwanzigste Aufgabe.

Fig. 23. Jede andere krumme Linie als die Krümme eines Baches zu messen, und nach dem verjüngten Maßstabe vorzustellen.

Auf-

Auflösung.

a) Ziehet eine oder mehrere gerade Linien, so nah es sich thun läßt, an der krummen Linie hin.

b) Von der gezogenen geraden Linie errichtet auf jede merkliche Krümme eine senkrechte Linie.

c) Messet die Länge jeder dieser senkrechten Linien bis an den Punkt wo jede senkrechte die gezogene gerade Linie berühret.

d) Merket die gefundene Maße an, und traget alles nach dem verjüngten Maßstabe auf.

e) Ziehet auf dem Risse die Enden dieser Perpendikulären mit einer Linie zusammen, so werdet ihr die gegebene krumme Linie gezeichnet haben.

G. Vom Messen und vom Auftragen der gemessenen Winkel.

103.

Dreyßigste Aufgabe.

Einen Winkel auf dem Papiere oder auf einem Risse zu messen.

Auflösung.

Auf dem Papiere leget man den Durchmesser des halben Zirkels oder Transportörs dergestalt, daß der Mittelpunkt auf der Spitze, der Halbmesser aber genau an den einen Schenkel des Winkels zu

liegen komme. Ist der andere Schenkel des Winkels nicht so lang, daß er bis über den Bogen des Halbzirkels hinaus reichet: so leget man genau über den 2ten Schenkel ein Lineal; man zählet die Grade, welche das Lineal auf dem Bogen des Transportörs abschneidet, und merket sie an, so hat man die Gröſſe des Winkels gemessen.

104.

Es giebt Werkzeuge dadurch man die Gröſſe eines jeden Winkels zwar genau, aber ohne Anzeige der Grade und deren Theile erhält; dergleichen sind die Stäbe
Fig. 24. und das Meßtischlein; es giebt aber auch andere, dadurch man die Gröſſe der Winkel in Graden und deren Theile erforschet; wir wollen mit einer jeden Art von diesen Werkzeugen umzugehen lehren.

Von Werkzeugen, dadurch man die Winkel ohne Grade erhält.

105.

Ein und dreyßigste Aufgabe.

Fig. 25. **Mit bloſſen Stangen oder Stäben den Winkel A zu messen.**

Auflösung.

a) Stecket einen Stab A in die Spitze des Winkels a und einen zweyten B in einiger Entfernung auf den einen Schenkel des Winkels.

b)

b) Messet AB die Entfernung dieser zween Stäbe, errichtet an dem Ort B, wo der Stab auf dem Schenkel der Linie AB steckt, eine senkrechte Linie BC, verlängert dieselbe bis an den andern Schenkel aC, messet und merket deren Länge an.

c) Messet endlich auch die Entfernung des Stabes c von der Spitze des Winkels a auf dem zweyten Schenkel.

d) Schreibet auch dieses Maß auf, und traget es nach dem verjüngten Maßstabe auf das Papier, so erhaltet ihr auf dem Papiere einen Winkel von eben der Grösse, als er auf dem Felde ist.

106.

Zwey und dreyßigste Aufgabe.

Mit dem Meßtische einen Winkel zu messen. Fig. 26.

Auflösung.

a Man stellet den Meßtisch wagrecht über den Punkt, und, um recht genau zu gehen, läßt man das Senkbley a auf der Spitze des Winkes A herabfallen.

b Uiber den Punkt des Senkbleyes stecket die Nadel b in den Tisch, leget darau die mit Absichten versehene Regel c.

c Diese Regel richtet nach dem Gegenstande B,

und ziehet auf das Tischlein an der Regel eine Linie bis an die Nadel.

d) Richtet alsdann die Regel nach dem Gegenstande C, und ziehet an eben der Seite der Regel abermals eine Linie bis an die Nadel, so habet ihr den Winkel.

e) Wenn ihr die Länge jedes Schenkels des Winkels messet, und aus dem Punkte, wo die Nadel steckte, auf die Schenkel nach einem verjüngten Maßstabe auf das Meßtischlein zeichnet: so habet ihr auch die Größe der Schenkel auf dem Meßtischlein.

Von Werkzeugen, dadurch man die Winkel mit Bestimmung der Grade erhält.

107.

Drey und dreyßigste Aufgabe.

Fig. 27. Die Grösse eines Winkels auf dem Felde mit dem Halbzirkel oder Astrolabium zu messen.

Auflösung.

a) Setzet das Werkzeug zum Messen als den halben Zirkel oder das Astrolabium wagrecht dergestalt, daß dessen Mittelpunkt über die Spitze des Winkels zu stehen komme.

b) Richtet den Durchmesser des Halbzirkels mit Hilfe der Absichten oder Dioptern dergestalt, daß derselbe just über den einen Schenkel des Winkels sich befinde, ver-

verschiebet aber, ohne den Stand des Werkzeuges zu verrücken, die bewegliche Regel dergestalt, daß ihr durch den Faden ihrer Absicht oder Diopter den am Ende des andern Schenkels eingesteckten Stab genau bedecket.

c) Zählet auf dem Umkreise die Grade und Minuten, merket sie in euer Memorial richtig an.

Will man den gemessenen Winkel zeichnen, so verfahre man nach (87).

108.

Vier und dreyßigste Aufgabe.

Einen Winkel mit einer Bussole zu messen. Fig. 28.

Auflösung.

a) Setzet die Bussole über die Spitze des Winkels; die Absichten des Werkzeuges richtet nach dem einen Schenkel des Winkels; doch müsset ihr einerley Absicht im Auge haben, nicht damit wechseln, oder bald die von der südlichen, bald die von der nordlichen Seite an das Aug nehmen.

b) Wenn die Magnetnadel ausgespielet hat, so zählet die Grade, welche die nordliche Spitze der Nadel andeutet.

c) Bemerket die Anzahl der Grade in das Memorial;

d) Wendet alsdann die Absichten so, daß

der Faden der Absicht den Stab am Ende der 2ten Linie schneidet.

e) Zählet und bemerket wie zuvor die Grade, nachdem die Nadel ausgespielet hat, und es ist geschehen, was geschehen sollte.

Will man den gemessenen Winkel auf das Papier tragen, so muß man zuerst eine Linie ziehen, und darauf die nordliche Spitze bemerken; auf dieser Linie wählet man sich einen Punkt, an den man den Transportör anleget; an dessen Rande sticht man die Grade ab, darauf bey jedem Schenkel die Nadel gewiesen hat; man zieht nach jedem dieser Punkten aus demjenigen, den man auf der Nordlinie zum Anlegen des Centrums des Transportörs angenommen hat, eine Linie, und dadurch erhält man den Winkel.

H. Einige Anwendungen der vorgetragenen Lehren vom Messen der Linien und Winkel.

109.

Fünf und dreyßigste Aufgabe.

Fig. 29. Die Weite zweyer Orten (als: des Baumes B von der Seite des Thurmes c) zu finden, zu deren jedem man nur aus einem dritten Orte A kommen kann.

Auf-

Auflösung.

1. Mit bloſſen Stäben.

Man kann dieſe Aufgabe mit bloſſen Stäben auflöſen, wenn nur Raum genug vorhanden iſt, die Linien rückwärts zu verlängern; in dieſem Falle

a) Wählet einen Punkt A, von dem man beyde Oerter B und C wohl ſehen kann.
b) In dieſen Punkte ſtecket einen Stab B.
c) Meſſet die Linie AB und AC.
d) Verlängert dieſe beyden Linien rückwärts, und machet ſie von eben der Länge oder auch nur die Hälfte, oder ein Drittel derſelben.
e) Schlaget am Ende jeder verlängerten Linie einen Pfahl c. b ein, meſſet die Entfernung der eingeſchlagenen Pfähle, von A; dieſe wird nach Verhältniß der Verlängerung entweder die wirkliche Gröſſe oder die Hälfte oder das Drittel der Linie B C ſeyn, die ihr wegen Hinderniß zu meſſen nicht vermöget.

2. Mit dem Meßtiſchlein.

a) Setzet das Meßtiſchlein über den Punkt A (106 a—d) zeichnet nach (e) die Schenkel der Linie.
b) Meſſet die Länge jedes Schenkels, und traget ſie nach dem verjüngten Maßſtabe auf die gezogenen Linien des Meßtiſches.

c) Spannet mit dem Zirkel die Weite der am Ende jeder Linie abgestochenen Punkte von einem Ende bis zum andern.

d) Untersuchet auf dem verjüngten Maßstabe wie viel Ruthen, Klaftern, oder Schuh die Entfernung der Punkte auf dem Tischlein beträgt; so wird euch der verjüngte Maßstab die Entfernung dieser Oerter zeigen.

3. Mit dem Halbzirkel oder Astrolabium.

a) Setzet den Mittelpunkt des Halbzirkels über die Spitze des Winkels A.

b) Richtet die Absichten des Werkzeuges auf die Schenkel des Winkel, oder, welches einerley ist, nach B und C.

c) Zählet und schreibet die Grade auf.

d) Zeichnet auf dem Papiere eben den Winkel und dessen Schenkel nach dem verjüngten Maßstabe;

e) Untersuchet auf eben demselben die Entfernung von B und C, so wird euch solche der Maßstab seyn.

4. Mit der Bussole.

a) Messet den Winkel nach (108) und die Länge der Schenkel nach (105.)

b) Traget den Winkel auf das Papier, und bestimmet die Gröſſe der Schenkel nach dem Maßstabe (95)

c) Messet hierauf (95) die Entfernung der Endpunkte der Schenkel.

110.

Sechs und dreyßigste Aufgabe.

Die Weite zweyer Oerter A und B (eines Gränzsteines und eines Thurmes) zu messen, zu deren einem B. man nur kommen kann. Fig. 30.

Auflösung.

1. Mit dem Meßtischlein.

a. Wählet einen Punkt C, aus dem die nach beyden gegebenen Gegenständen abzusehende Linien weder einen allzuspitzigen, noch zu stumpfen Winkel machen.

b. Bezeichnet diesen gewählten Punkt mit einem Stabe C.

c. Setzet das Meßtischlein über den Punkt B. oder, wenn dieß (wie bey einem Gebäude) nicht angienge, so nah als möglich an denselben;

d. messet und zeichnet noch (106) den Winkel C B A.

e. messet die Linie B C und traget sie nach dem verjüngten Maßstabe auf den Meßtisch;

f. Setzet den Meßtisch in C, und richtet nach (109) b die auf dem Meßtisch gezogene Linie CB nach dem Gränzstein B.

g. befestiget alsdann den Meßtisch, damit er sich nicht verrücke; wendet die Regel an der Nadel nach dem Punkte A und ziehet diese Linie an der Regel auf dem Meßtische.

h. Wo die Linie C A die Linie B durchschneidet, da setzet den Fuß eines Zirkels ein, und spannet damit die Linie A B.

i. Untersuchet auf dem verjüngten Maßstabe, danach die Linie B C ist bestimmet worden, die Länge A B, und ihr habet dadurch die unzugängliche Entfernung A von B bestimmet.

2. Anmerkung.

Wer diese Aufgabe mit dem Astrolabium oder der Bussole auflösen will, hat sein Werkzeug eben so zu setzen, wie von dem Meßtische ist gesaget worden; er bringt die beyden Winkel und die Linie B C eben so, wie (109. c. d.) ist gelehret worden, in einen Riß, und erhält dadurch die verlangte Weite von A nach B.

III.
Sieben und dreyßigste Aufgabe.

Fig. 31. Die Entfernung zweyer Oerter eines Kreuzes A und Thurmes B. zu messen, zu deren keinem man kommen kann.

Auflösung.

1. Mit dem Meßtische.

a. Wählet euch 2 Stände C D, welche den Oertern A und B entgegen liegen, deren Entfernung aber geringer seyn mag als A und B.

b. bezeichnet den einen Stand D mit einem Stabe, wenn ihr den Meßtisch in C gesetzet habet.

c. Uiber den ersten Standpunkt stecket auf dem Meßtische die Nadel ein, und bemerket den Ort auf dem Boden durch den Perpendikel;

d. Leget die Regel an die Nadel, richtet sie nach dem Stabe, der im 2ten Standpunkte D stecket, und ziehet nach der Regel eine Linie auf den Meßtisch.

e. Lasset die Linie CD messen, bestimmet nach deren gefundenem Maße auf dem Tische nach dem verjüngten Maßstabe die Länge dieser Linie.

f. Richtet die Regel nach B. ziehet von der Nadel an der Regel eine Linie; hierauf richtet die Regel nach A und ziehet nach der Regel abermals eine Linie.

g. Stecket hierauf einen Stab in den Standpunkt C, gehet nach D, ziehet den daselbst befindlichen Stab aus, setzet an dessen Stelle den Meßtisch, richtet durch Hilfe des Senkbleyes denselben so, daß der gezeichnete Punkt D just über den Ort komme, wo der Stab D gewesen ist, und machet, daß die Linie D C auf dem Tische über der Linie DC auf dem Felde sey.

h. Stecket die Nadel in den Punkt D des Meßtisches, nachdem durch die angelegte Regel der Linie D C des Tischleins und der Linie D C auf dem Felde übereins gerichtet ist, so befestiget das Tischlein, kehret die Regel nach A, und ziehet sie so

lang

lang, als nöthig ist, die Linie C A auf dem Tischlein zu durchschneiden. Thut eben dieß, da ihr das Lineal nach dem Punkte B richtet.

1. Messet auf dem Tischlein den Abstand der Durchschnitte bey A und B auf dem verjüngten Maßstabe, und ihr sehet daraus die Grösse der Entfernung dieser Punkte, und folglich den Abstand A von B.

2. Mit dem Astrolabium und der Bussole. Stellet in die Punkte C und D nach Belieben eines dieser beyden Werkzeuge, messet nebst der Linie C D die Winkel nach (98. oder 107.) traget alles nach dem verjüngten Maßstabe auf, wie es sich für diese Werkzeuge nach (96. oder 107.) gehöret, und ihr erhaltet ebenfalls die Entfernung A von B.

112.

Acht und dreyßigste Aufgabe.

Fig. 32. Die Höhe eines Baumes mit einem Stabe zu messen.

Auflösung.

a. Der Messende nehme einen in Zolle abgetheilten Stab so lang als sein Aug über den Fußboden hoch ist, wenn er aufrecht steht.

b. Er lege sich gegenüber dem Baume mit dem Rücken auf die Erde, lasse jemanden den Stab senkrecht an seine Fußsolen halten, und rücke nebst dem Stabe so lang fort, bis die Höhe des Baumes, der

Ober-

Obertheil des Stockes, und sein Aug in gerader Linie ist.

Er messe alsdann von dem Punkte oder dem Orte, über dem das Aug gelegen hat, bis an den Baum; das gefundene Maß ist der Höhe des Baumes gleich.

113.
Neun und dreyßigste Aufgabe.

Zu messen, ob der Stamm eines stehenden Baumes als etwa einer Tanne die benöthigte Höhe z. B. 40′ habe. Fig. 33.

Auflösung.

a. Man versehe sich mit einem Maßstabe von vorbeschriebener Länge (112. a.) messe vom Stamme des Baumes das verlangte Maß hier 40′ zurücke, lege sich auf den Rücken, und zwar mit dem Kopfe über das End des Maßes.

b. Lasse den Stab senkrecht an seine Fußsolen halten und sehe nach dem Baume; fällt nun die Gesichtslinie nach dem Baume über den Stab noch unter die Krone oder die Aeste auf den Stamm, so hat der Stamm des Baumes mehr, als die verlangte Länge.

114.
Vierzigste Aufgabe.

Fig. 34. Eine Höhe z. B. eines Thurmes zu messen, zu dessen Fusse man kommen kann.

Auflösung.

a. Wählet einen bequemen Stand, setzet dahin das Astrolabium das ist: den Halbzirkel so, daß der Halbmesser wagrecht und der Bogen darüber senkrecht zu stehen kommen.

b. Lasset das Senkbley aus dem Mittelpunkte des Werkzeuges herab, um den Standpunkt genau zu haben, bemerket ihn mit einem Zeichen, und messet und schreibet die Höhe des Mittelpunkts des Werkzeuges über den Boden auf.

c. Erhebet die bewegliche Regel so lang, bis der Faden der Absicht das End des Thurmes schneidet.

d. Sehet nach der Grösse des Winkels und schreibet sie auf.

e. Messet vom Standpunkte bis an den Fuß des Thurmes.

f. Traget die Grösse der Linie und den Winkel nach (96. und 107.) auf, errichtet eine Perpendikulär am Ende der Linie, messet deren Höhe nach dem verjüngten Maßstabe und setzet die Höhe des Astrolabiums dazu, so habet ihr die Höhe des Thurmes.

115.

Ein und vierzigste Aufgabe.

Eine Höhe z. B. des Thurmes zu messen, zu dessen Fusse man nicht kommen kann. Fig. 35

Auflösung.

a. Verfahret wie vorhin nach a b c d.

b. Messet einen Theil der Linie nach dem Fusse der Höhe zu, und bemerket das Maß.

c. Setzet an das End dieser Linie das Astrolabium, und richtet die bewegliche Regel abermals nach dem Ende des Thurmes.

d. Bemerket den Winkel, traget nach dem verjüngten Maßstabe die Länge der Standlinie und die beyden Winkel auf.

e. Verlängert die Standlinie auf dem Risse so weit, daß ihr aus dem Durchschnittspunkte der Linien eine senkrechte Linie darauf könnet herab fallen lassen.

f. Messet die senkrechte Linie und setzet die Höhe des Astrolabiums hinzu, so habet ihr auch die Höhe.

Anmerkung.

Diese Aufgabe, und eine Höhe überhaupt läßt sich mit der Bussole gar nicht, mit dem Meßtischlein aber nicht ohne Beschwerniß messen.

Ende der Longimetrie.

II. Theil
der
Meßkunst
die
Planimetrie
oder
Flächenmessung.

A. Von Figuren.

a. Erklärungen.

1.

Eine Fläche hat ein doppeltes Maß: in die Länge, und in die Breite. Gleichwie es zweyerley Linien giebt, geradr und krumme (Long. 33): so sind auch zweyerley Flächen, ebene und krumme.

2.

Eine Oberfläche ist jene, auf welche sich eine gerade Linie um und um, in allen Punkten anlegen läßt; als z. B. die Fläche eines Tisches.

3.

Eine krumme Fläche, hingegen ist jene, worauf sich eine gerade Linie nicht überall genau anschließt, z. B. die Fläche einer Kugel, eines Kegels. Hievon wird in diesem Hauptstücke gar nicht gehandlet.

4.

Anmerkung.

Eine jede Fläche ist entweder mit einer krummen Linie eingeschlossen, wie z. B. ein Zirkel; oder mit mehrern als zween geraden Linien (Longimetr. 32), als z. B. ein Dreyeck, Viereck. Der Zusammenhang dieser Linien heißt der **Umfang** (Perimeter), und bildet eine Figur. Daher nennet man die Flächen auch meistens **Figuren**, verstehe flache Figuren. Denn es gibt auch körperliche Figuren.

5.

Eine Figur, die mit einer krummen Linie umgeben ist, wird eine **krumlinichte**; welche aber von 3 oder mehrern geraden Linien begränzet wird, eine **geradlinichte** Figur genennet.

6.

Der Raum, welcher in dem Umfange eingeschlossen ist, heißt der **Inhalt** der Figur.

7.

Die einzelnen Linien des Umfanges nennet man **Seiten** der Figur.

8.

Anmerkung.

Eine geradlinichte Figur hat so viele Winkel der Ecke, als sie Seiten hat; und auch umgekehrt, so viele Seiten als Winkel oder Ecke.

9.

Nach der Zahl der Ecke nennet man verschiedene Klassen der Figuren, als Dreyecke, Vierecke, Fünfecke, u. s. f. Alle diejenigen, welche mehr als 4 Ecke haben, versteht man überhaupt unter dem Namen Vielecke (Polygonen).

10.

Figuren, welche alle Seiten und alle Winkel gleich haben, werden regelmässige Figuren genennet; die andern aber unregelmässige. Also ist ein Quadrat eine regelmässige; ein länglichtes Viereck aber eine unregelmässige Figur.

11.

Einige zählen den Zirkel unter die regelmässigen Figuren, weil sie sich den Umkreis desselben vorstellen, als wenn er aus lauter unendlich kleinen und unendlich vielen gleich grossen geraden Linien zusammengesetzet wäre, wie wohl dieses nicht in aller Schärfe richtig ist.

b. Von Dreyecken.

12.

Betrachtet man die Seiten eines Dreyeckes; so findet man entweder alle 3, oder nur 2, oder gar keine einander gleich.

13.

Ein Dreyeck, dessen alle 3 Seiten gleich sind, heißt ein gleichseitiges Dreyeck, wie das △ A B C. Fig. 36.

14.

Anmerkung.

Weil ein gleichseitiges Dreyeck auch alle 3 Winkel gleich hat, wie wir hören werden: so ist es eine regelmässige Figur (10).

15.

Sind nur 2 Seiten einander gleich, so wird ein solches Dreyeck **gleichschenklicht** genennet. Dergleichen ist das △ D E F. Denn die zwo gleichen Seiten F D und F E pfleget man **Schenkel**, die 3te ungleiche Seite D E aber die **Grundlinie** zu nennen.

Fig. 37.

16.

Ein Dreyeck, dessen alle 3 Seiten einander ungleich sind, ist ein **ungleichseitiges** Dreyeck, wie das △ G H I.

Fig. 38.

17.

In Ansehung der Winkel hat man wieder dreyerley Dreyecke: ein rechtwinklichtes, ein stumpfwinklichtes, und ein spitzwinklichtes.

18.

Ein **rechtwinklichtes** Dreyeck ist das jenige, welches einen rechten Winkel hat, als das △ M N O. Die zwo Seiten, welche den rechten Winkel einschließen nämlich M N und M O, heißen die Catethi; die dem rechten Winkel entgegengesetzte Seite O N aber die **Hypothenuse**.

Fig. 39.

19.

Ein stumpfwinklichtes Dreyeck ist, in welchem ein Winkel stumpf ist, als das △ P Q R. Fig. 40.

20.

Ein spitzwinklichtes Dreyeck hat 3 spitzige Winkel, wie die △ △ A E F. Unter dem Worte schiefwinklicht begreift man das stumpf- und spitzwinklichte Dreyeck. Fig. 36. 37.

21.

c. Von Vierecken.

Wenn beide Paar der einander entgegengesetzten Linien eines Vierecks gleichlaufend (parallel) sind: so heißt das Viereck daher ein Parallelogramm, wie A B C D. Fig. 41. Fig. 41.

22.

Sind nun zugleich alle 4 Winkel recht; so nennet man es deßwegen ein rechtwinklichtes Viereck, oder Parallelogramm, oder mit einem Worte ein Rectangulum, als A B D D. Fig. 42. Fig. 42.

23.

Zugabe.

Ein jedes rechtwinklichtes Viereck ist folglich ein Parallelogramm; aber nicht umgekehrt ein jedes Parallelogramm zugleich ein rechtwinklichtes Viereck.

24. Fig. 43.

Wenn endlich in einem Parallelogramme nicht nur allein die 4 Winkel recht, sondern auch die 4 Seiten einander gleich sind: so

heißt es ein Quadrat, oder gleichseitiges Viereck. Sieh ABCD. Fig. 43.

25.

Zugabe.

In einem Quadrate sind also, 1) Beide Paar entgegenstehende Seiten gleichlaufend; 2) alle 4 Winkel recht, und 3) alle 4 Seiten einander gleich, folglich ist es eine regelmässige Figur (10).

26.

Fig. 44. Eine Raute (Rhombus) ist ein verschobenes Quadrat, oder ein Parallelogramm mit 4 gleichen Seiten, in welchem aber nur die 2 entgegengesetzten Winkel einander gleich sind. Dergleichen ist ABCD. Fig. 44.

27.

Fig. 41. Eine länglichte Raute (Rhomboides) ist ein schiefes Parallelogramm, in welchem nur die 2 entgegenstehenden Winkel und Seiten einander gleich sind; als ABCD. Fig. 41. Beide Rauten haben folglich schiefe Winkel.

28.

Fig. 45. Ein Trapezium nennet man ein Viereck, in welchem nur 2 Seiten einander gleichlaufend sind; wie ABCD. Fig. 45.

29.

Fig. 46. Endlich ein Trapezoides ist ein Viereck, davon keine Seite der andern gleich läuft. Sieh ABCD. Fig. 46.

30.

Eine Diagonallinie ist jene, welche man aus einem Winkel einer Figur zu dem entgegengesetzten zieht, als z. B. C B. Fig. 42. Fig. 42.

31.

Anmerkung.

Die Grundlinie einer Figur kann eine jede Seite nach Belieben seyn, die Höhe aber ist immer eine senkrechte Linie, welche von der Spitze einer Figur bis auf die Grundlinie gezogen wird. Im Falle der Noth muß man diese verlängern. In rechtwinklichten Figuren, als Fig. 39. 42. 43., ist schon eine senkrechte Linie zur Höhe, die andere zur Grundlinie. In schiefwinklichten aber, wie Fig. 40. 42., ist R S C E die Höhe. Fig. 39. 40. 41. 42.

d. Von der Aehnlichkeit der Figuren.

32.

Aehnlich nennet man jene Figuren, deren Theile auf die nämliche Art bestimmet sind. Werden aber nicht die Figuren durch Winkel und Seiten bestimmet? Wenn also alle einzelne Winkel einer Figur allen einzelnen Winkeln einer anderen Figur wechselweise gleich sind, und die gleichnamigen Seiten proportional: so sind diese 2 Figuren einander ähnlich. Sind aber nebst den Winkeln auch alle einzelne Seiten der einen allen einzelnen Seiten der andern gleich; so werden beyde Figuren einander nicht nur allein

ähn-

ähnlich, sondern auch gleich seyn, indem sie einander wechselweise decken werden (Long. 30).

33.

Zugabe.

Die Aehnlichkeit ist also von der Gleichheit wohl zu unterscheiden. In der Gleichheit wird die Grösse der Theile; in der Aehnlichkeit nur ihr Verhältniß betrachtet.

34.

Jene Seiten 2 ähnlicher Figuren, welche gleichgrossen Winkeln entgegen stehen, oder sonst gleiche Lage oder Benennung haben, heißen gleichnamige (homologische) Seiten; als z. B. 2 Hypothenusen zweyer rechtwinklichter und ähnlicher Dreyecke; 2. Durchmesser, zweener Zirkel, u. s. f. Auch die einander gleichen Winkel werden gleichnamige genannt.

35.

Erster Lehrsatz.

In 2 ähnlichen Dreyecken haben die gleichnamigen Seiten eingleiches Verhältniß gegen einander.

Beweis.

Fig. 67. Es seyn die 2 Dreyecke A B C, und a b c. Man bilde sich um beide einen umgeschriebenen Zirkel ein, und theile in Gedanken den einen Halbmesser D E, wie den andern d e in 10 Millionentheile. Nun weil der Winkel C, wie wir setzen, dem Win-

Winkel c, und A dem a gleich ist: so wird der Bogen AB eben so viele Grade haben als ab, und BC so viele als bc (Long. 52). Folglich werden auch ihre Sehnen AB und ab, BC und bc gleich viele Theile ihres Halbmessers haben; das ist, die Sehne AB wird eben so viele Theile von den 10 Millionentheile ihres Halbmessers DE haben, als ab von den 10 Millionen des übrigen de. Das nämliche gilt von den Sehnen BC, bc, und AC, ac. Heißt dieß aber nicht in Verhältniß stehen? Kann man nicht also sagen: Wie sich AB zu ab verhält; eben so verhält sich BC zu bc? u. s. w. Sind nicht auch eben diese Sehnen die Seiten der Dreyecke? Also haben die gleichnamigen Seiten 2 ähnlicher Dreyecke ein gleiches Verhältniß gegen einander.

36.

I. Zugabe.

Alle sowohl regelmässige Figuren gleicher Art (wie Fünfecke und Fünfecke), als unregelmässige (wenn sie nur einander gleichwinklicht sind) sind einander ähnlich. Denn sie lassen sich in gleichwinklichte und ähnliche Dreyecke zertheilen. Die Zirkel gehören ebenfalls unter die regelmässigen Figuren (11) Mithin aller dieser Figuren gleichnamige Seiten, Höhen, Umfänge, Durchmesser, Halbmesser, Sehnen, Bögen, Umkrei-

se

se haben ein Verhältniß zusammen. Man kann also sagen: der Umkreis des grössern Zirkels verhält sich zu dem Umkreise des kleinern, wie DE zu de, oder wie AB zu ab, u. s. f.

37.

II. Zugabe.

Wer folglich z. B. einen noch einmal so grossen Umkreis eines Zirkels haben will; der nehme nur einen noch einmal so grossen Halbmesser, u. s. w.

38.

Zweyter Lehrsatz.

Eine in einem Dreyecke ABC nach einer Seite AC gleichlaufend gezogene Linie DE machet ein dem vorigen ABC ähnliches Dreyeck DBE.

Beweis.

Fig. 62. Der Winkel D wird dem Winkel A, und E dem C gleich (Long. 62). B bleibt sich selber gleich, als beyden gemein. Mithin sind alle 3 Winkel A, B, C, und D, B, E, in beiden Dreyecken einander gleich, also die 2 Dreyecke ABC und DBE einander ähnlich (32).

39.

39.

Zugabe.

Folglich verhält sich AB zu DB, wie CB zu EB, und AB zu AD, wie CB zu CE, und endlich (Long. 26) DB zu EB, wie AD zu CE: das ist, die Seite AB und CB stehen mit den Abschnitten DB und EB, wie auch die Abschnitte DB und EB mit AD und CE in Verhältniß.

B. Von regelmässigen Figuren, und der Art sie zu zeichnen.

40.

Erste Aufgabe.

Ein gleichseitiges Dreyeck zu zeichnen.

Auflösung.

Es sey die gegebene oder angenommene Seit AB. Man beschreibe aus dem Punkte A mit der Weite AB den Bogen de, und aus C mit eben dieser Weite den Bogen m n. Von dem Durchschnittspunkte C ziehe man nach A und B die Linie CA und CB so ist geschehen, was man verlanget hat. Fig. 16.

41.

Zweyte Aufgabe.

Ein Quadrat zu zeichnen.

Auflösung.

Fig. 44. Es sey die gegebene oder willkürliche Linie A B. Man errichte vn einem Ende, z. B. A eine senkrechte Linie A C so lang. A B. Aus den zwey Punkten C und B mache man die sich durchschneidenden Bögen m n und r o. Aus dem Punkte D, wo sich diese durchschneiden, werden die 2 andern Linien C D und D B gezogen, und das Quadrat vollendet.

42.

Dritte Aufgabe.

Den Winkel eines regelmässigen Viereckes auszurechnen.

Auflösung.

Man dividire erstlich 360, als die Zahl aller Grade eines Zirkels mit der Zahl der Seiten des regelmässigen Viereckes. Den Quotienten ziehe man von 180, als die Hälfte der 360 Grade, ab. Der Rest gibt die Zahl der Grade des verlangten Winkels. Z. B. In einem Fünfecke dividire man 360

mit

mit 5 und den Quotienten 72 ziehe man von 180 ab; so bleiben 108 für den Winkel eines regelmässigen Fünfeckes. Setzen wir ein Achteck. Da wird 360 mit 8 dividirt, und der von 180 abgezogene Quotient 45 gibt die Grade des Winkels eines regelmässigen Achteckes 135. u. s. f.

43.

Vierte Aufgabe.

Ein regelmässiges Fünfeck zu zeichnen.

I. Auflösung.

Ist die Figur groß, so mache man an beiden Endpunkten der gegebenen oder angenommenen Linie A B den Winkel der Figur von 108, (Longimetr. 87.) und die 2 Linien A E, und B C mit A B gleich groß. Aus den 2 Punkten E und C ziehe man durchschneidende Bögen, und aus dem durchschnittspunkte D die lezten 2 Linien zur Vollführung der Figur. Fig. 47.

II. Auflösung.

In kleinen aber, da sich die Winkel nicht so genau nehmen lassen, ist es besser, man ziehe einen Zirkel, dessen Halbmesser entweder gegeben oder willkürlich angenommen ist. Nach gezogenen Durchmessern A B errich- Fig. 48.

richte man aus dem Mittelpunkte C einen senkrechten Halbmesser C D (Logimetr. 73) Man halbire den Halbmesser C B (Logimetr. 89) in E Die Weite E D trage man aus E in F. So ist F D die Seite des Fünfeckes, welche in dem Zirkel herumgetragen werden kann aus D in G, H, I, K.

44.

Fünfte Aufgabe.

Ein regelmässiges Sechseck zu zeichnen.

Auflösung.

Fig. 49. Man beschreibe mit der Länge der gegebenen oder beliebigen Linie A B, als Halbmesser einen Zirkel. So wird sich dieser Halbmesser 6mal in demselben Zirkel herumtragen lassen. Aus was immer für einem Punkte A in B, C, D, E, F.

45.

Sechste Aufgabe.

Ein regelmässiges Siebeneck zu zeichnen.

Auflösung.

Fig. 50. Man ziehe ebenfalls wie der in vorigen Aufgabe einen Zirkel, und ziehe einen Halbmesser C A. Eben diesen Halbmesser trage man aus A in B und D und ziehe die Linie BD.

EB

EB oder ED (den BD ist durch CA halbiret) ist eine Seite des verlangten Siebenecks, welche in dem Zirkel herumgetragen wird aus A in F, G, H, I, K, L.

46.

Siebente Aufgabe.

Ein regelmässiges Achteck zu zeichnen.

I. Auflösung.

Ist die Seite AB gegeben; so halbire man sie in D, und errichte die senkrechte Linie DC (Longimetr. 89.) die Hälfte AD der Linie AB trage man aus D in E, und die Weite AE aus E in C. aus G reiße man einen Zirkel; welcher durch die Punkte A und B gehen wird. In diesem Zirkel wird sich alsdann A B 8mal herum tragen lassen, und das verlangte Achteck geben. Fig. 51.

II. Auflösung.

Oder man mache erstlich ein Quadrat; (35) Beschreibe um dasselbe einen Zirkel (40). Die Bögen AB, B D, D C, C A halbire man (wie 89. Longimetr.) und ziehe die Linien AE, EB, u. s. f. so ist es ein regelmässiges Achteck.

47.

Achte Aufgabe.

Was immer für ein regelmässiges Vieleck zu zeichnen.

I. Auflösung.

Fig. 50. Man suche erstlich den Winkel der Figur; (36) diesen mache man an beiden Enden der gegebenen oder angenommenen Linie A F (Longimetr. 87) und die Linien A L und F G gleich A L. Hernach mache man aus A mit der Weite B L, und aus L mit der Weite A eben so aus A mit der Weite B, und aus B mit der Weite A B. sich durchschneidende Bögen. Von den Durchschnittspunkten K und G gehe man auf ähnliche Art immer weiter fort, bis das Vieleck geschlossen ist.

II. Auflösung.

Fig. 47. Oder man mache an beiden Enden der Linie A B nur den halben Winkel der Figur G A B und G B A, und ziehe die Linie A G und B G, der Durchschnittspunkt G ist der Mittelpunkt, woraus ein Zirkel durch die Punkte A und B kann gezogen werden. In diesem Zirkel läßt sich die Linie A B so oft herumtragen, als verlanget wird, und gibt das verlangte regelmässige Vieleck.

C. Von unregelmässigen Figuren und der Art sie zu zeichnen.

48.

48.

Neunte Aufgabe.

Ein gleichſchenkliches Dreyeck zu zeichnen.

Auflöſung.

Man mache an beiden Enden der Grundlinie DE mit der Weite eines Schenkels DF aus D und E die Bögen r s und t u; und ziehe aus dem Durchſchnittspunkte die Linien FD und FE. So iſt es fertig. Fig. 37.

49.

Zehnte Aufgabe.

Ein ungleichſeitiges Dreyeck zu bezeichnen.

Auflöſung.

Man ziehe erſtlich eine Linie G H. Aus dem Punkte G z. B. mache man mit der Oefnung des Zirkels I G den Bogen ſ q, und aus H den durchſchneidenden Bogen x y mit der andern Weite H I. Die 2 Linien G I, und G H aus dem Durchſchnittspunkte G ſchließen das ungleichſeitige Dreyeck. Fig. 38.

50.

Eilfte Aufgabe.

Ein rechtwinkliges Dreyeck zu machen.

I. Auflösung.

Fig. 39. Man mache einen rechten Winkel (Longimetr. 75. 76.), und die 2 Seiten nach Begehren lang, als M N, und M O. Von dem Punkte O bis N ziehe man die 3te Linie.

II. Auflösung.

Sollten aber nicht eben die 2 Seiten M N und M O, welche den rechten Winkel einschließen, gegeben seyn, sonderu nur einer, z. B. M N, und dazu die Hypothenuse O N, so mache man wie erst einen rechten Winkel. Die Linie M N werde nach Begehren lang. Die Linie M O bleibe unbestimmt. Aus dem Punkte N mache man mit der Weite der Hypothenuse O N über die unbestimmte Linie M O einen Bogen; so wird sie bestimmet, und die Linie N O aus N bis O gezogen, vollendet das recht winklige Dreyeck.

51.

Zwölfte Aufgabe.

Ein recht winkliges Viereck zu zeichnen.

I. Auflösung.

Mit den 2 gegebenen Linien A C und A B wird ein rechter Winkel gemacht. Nach A C machet man B D, und nach A B die Linie C D gleichlaufend (Longimetr. 79 80) so schließt es sich von selbst. Fig. 43.

II. Auflösung.

Nach gemachtem rechtem Winkel, und bestimmten Linien A C und A B machet man aus C mit der Weite A B, und aus B mit der Weite A C durchschneidende Bögen, welche den Punkt D geben, woraus die 2 Linien D C und D B gezogen werden.

52.

Dreyzehnte Aufgabe.

Eine Raute zu machen.

Auflösung.

Eine Linie und ein Winkel muß gegeben werden, wenn sie bestimmet seyn soll.

Man mache an der gegebenen Linie A B den verlangten Winkel, z. B. B C A B Fig. 44.

(Longimetr. 87.) und die Linie A C gleich A B. Endlich schließe man es mit einer der (47.) erst gemeldten zwoen Arten.

53.

Vierzehnte Aufgabe.

Eine länglichte Raute oder schiefes Parallelogramm zu zeichnen.

I. Auflösung.

Fig. 41. Zu dessen Bestimmung werden 2 Linien und 1 Winkel erfodert. Nachdem der verlangte Winkel C A B gemacht, und die 2 Linien C A und A B sind bestimmet worden; verfahre man, wie (47.)

II. Auflösung.

Ist kein Winkel sondern die Grundlinie A B und Höhe C E gegeben; so ziehe man erstlich nach A B eine gleichlaufende Linie durch C (Long. 79. 80. 81. so lang als A B und durch den Punkt D die Linie BD gleichlaufend.

54.

Fünfzehnte Aufgabe.

Ein Trapezium zu machen.

I. Auflösnng.

Fig. 45. Sind 3 Linien C A, A B, C D, und ein dazwischen eingefangener Winkel C A B ge-

ge-

geben; so mache man erstlich mit den 2 einschließenden Seiten CA und AB den gehörigen Winkel (Longimetr. 87). Alsdann ziehe man zu AB durch den Punkt C eine gleichlaufende Linie CD, (Longimetr. 79. 80.), so lang als begehret. Die Linie DB aus D bis B bestimmet sich von selbst, und machet das Trapezium aus.

II. Auflösung.

Sollte anstatt der 3ten Linie CD der Winkel ABD gegeben worden seyn; so mache man ihn, wie den Winkel CAB an der Linie AB mit unbestimmter Linie BD; die aus C nach AB gleichlaufende Linie wird sie schon durchschneiden und bestimmen.

55.

Sechzehnte Aufgabe.

Ein Trapezoides zu zeichnen.

I. Auflösung.

Weil hier keine Linie der andern gleich läuft; so müssen entweder alle 4 Linien und 1. Winkel, oder alle 3 Linien und 2 Winkel zur Bestimmung gegeben werden. In dem ersten Falle mache man mit 2 gegebenen Linien CA und AB den verlangten CAB. Aus den 2 Punkten C und B mache man mit den gegebenen Weite CD und Fig. 46.

BD die sich durchschneidenden Bögen ; so hat man den 4ten Punkt D zur Schließung des begehrten Trapezoides.

II. Auflösung.

Im 2ten Falle mache man an der Linie AB die 2 Winkel CAB und ABD, und bestimme die 2 Linien AC und BD; so schließt die CD das Trapezoides.

D. Einige Grund- und Lehrsätze.

a. Grundsätze.

56.

Zwo Figuren, die einander wechselweise decken, sind einander gleich und ähnlich (21. 22.); und umgekehrt, gleiche gerade Linien, und gleiche Winkel decken sich. Es können zwo Figuren einander gleich seyn, und einander doch nicht decken. Fig. 52.

57.

Wenn man zwischen 2 gleichlaufende Linien AB und CD 2 senkrechte EF und GH errichtet; so sind die Theile IK und LM der 2 gleichlaufenden Linien zwischen den 2 senkrechten gleich groß.

58.

Das Maß der Höhe und der Breite ist immer nur eine senkrechte Linie, als die kürzeste.

59.

Von einem Punkte zu dem andern kann eine einzige gerade, und folglich auf einem

Punkte

Punkt auch nur eine einzige senkrechte Linie gezogen werden.

60.

Zugabe.

Daher faßt die Fläche eines Berges nicht mehr Menschen, Bäume, oder Weinstöcke; als die Grundfläche, worauf er ruhet; weil alle diese senkrecht stehen.

61.

Dritter Lehrsatz.

In einem Dreyecke sind alle 3 Winkel zusammen genommen 2 rechten Winkeln oder 180° gleich.

Beweis.

Es sey das Dreyeck A B C. Man ziehe durch die Spitze A zu der Linie B C eine gleichlaufende Linie D E. Die 3 nebengesetzten Winkel m n o sind 180° gleich (Longimet. 60.). Nun aber ist wegen der gleichlaufenden Linie D E und B C der Winkel in seinem Wechselwinkel x, und eben so o auch dem y gleich (Long. 62.). Folglich machen auch die 3 Winkel x, o, und y 180° aus (Long. 25.). Fig. 53.

62.

Zugabe.

Daher folget 1), daß ein Dreyeck nicht mehr als einen rechten oder ſtumpfen Winkel haben könne.

2) Daß, wenn in demſelben ein Winkel recht iſt, die andern 2 zuſammengenommen auch 90; hingegen wenn einer ſtumpf iſt, die beiden andern weniger als 90 ausmachen.

3) Daß, wenn das Maß zweener Winkel bekannt iſt, man auch den 3ten wiſſen könne, nämlich durch Abziehung derſelben von 180°.

4) Wenn 2 Winkel eines Dreyeckes, entweder einzeln oder zuſammen genommen, 2 andern auch einzelnen oder zuſammen genommenen eines andern Dreyeckes gleich ſind: ſo iſt auch der 3te Winkel des einen dem 3ten des andern Dreyeckes gleich.

63.

Vierter Lehrſatz.

Zwey Dreyecke ſind einander gleich, wenn in ihnen gleich ſind:

1) Eine Seite AB, ab, und die 2 daran liegenden Winkel;

2) 2 Seiten AB, ab, und AC, ac, und der dazwiſchen enthaltene Winkel;

3) Al-

3) Alle 3 Seiten AB, ab, AC, ac, und BC, bc.

Beweis.

1) Man stelle sich vor, daß AB auf ab geleget werde; so wird eine Linie die andere genau bedecken (Long. 30). Nun weil die beiden anliegenden Winkel auch einer dem einen, und der andere dem andern gleich ist: so wird die Linie AC auf ac, und BC auf bc; folglich auch der Punkt C auf c fallen, und beide Dreyecke einander gänzlich decken; mithin einander gleich seyn (52). Fig. 54.

2) Ein gleiches wird geschehen bei ebensolcher Vorstellung im 2ten Falle. AB wird auf ab, und wegen Gleichheit des Winkels auch AC auf ac fallen. Nun da AB gleich ab, und AC gleich ac ist: wird eben der Punkt B auf b, C auf c fallen, mithin auch die Linie CB auf cb, und also sich beide Dreyecke einander decken.

3) Letzlich, da alle 3 Seiten des andern 3 Seiten gleich sind; wird ebenfalls eine Linie die andere, folglich ein Dreyeck das andere gänzlich decken.

64.

Fünfter Lehrsatz.

In einem gleichschenklichten Dreyecke sind beide Winkel an der Grundlinie einander gleich.

Beweis.

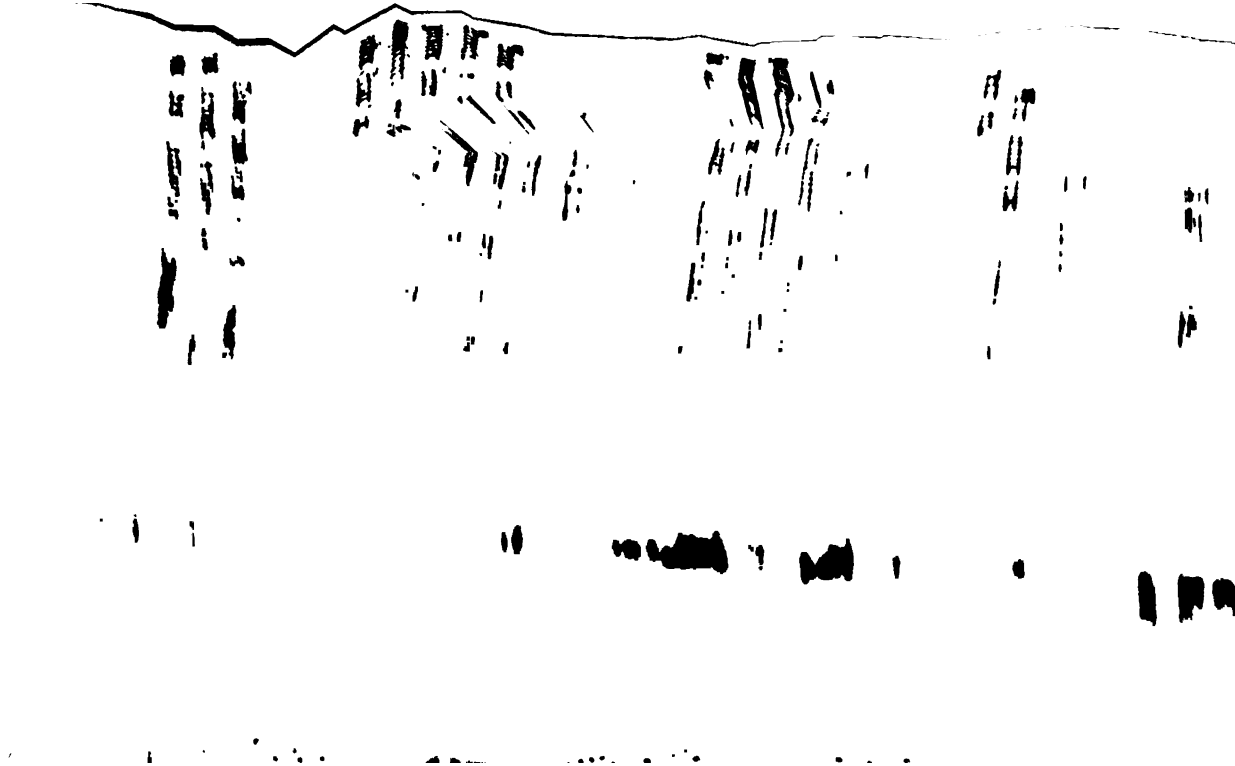
Fig. 37. Man lasse von dem obersten Gipfel F des Dreyeckes D E F eine Linie F herabfallen, welche den Winkel D F E in 2 gleiche T und das Dreyeck in 2 Dreyecke abtheilt. Nun diese 2 Dreyecke werden einander gleich seyn. Denn D F ist gleich E F wegen Gleichschenklichkeit; F m ist beiden Dreyecken gemein, und also sich selber gl. Der Winkel e ist gleich o vermög der Abtheilung. Folglich sind beide Dreyecke einander gleich (§. 9. n. 2) mithin auch D gleich F E, und der Winkel D gleich E. w. z. e. w.

65.

I. Zugabe.

Hieraus folget, daß auch der 3te Winkel e dem 3ten f gleich (58. n. 4.), und also beide rechte Winkel sind (Longim. c.

50.



64.

Fünfter Lehrsatz.

In einem gleichschenklichten Dreyecke sind beide Winkel an der Grundlinie einander gleich.

Beweis.

Fig. 37. Man lasse von dem obersten Gipfel F des Dreyeckes D E F eine Linie F herabfallen, welche den Winkel D F E in 2 gleiche Theile, und das Dreyeck in 2 Dreyecke abtheilet. Nun diese 2 Dreyecke werden einander gleich seyn. Denn D F ist gleich E F wegen der Gleichschenklichkeit; F m ist beiden Dreyecken gemein, und also sich selber gleich. Der Winkel e ist gleich o vermög der Abtheilung. Folglich sind beide Dreyecke einander gleich (§. 9. n. 2) mithin auch D F gleich F E, und der Winkel D gleich E, w. z. e. w.

65.

I. Zugabe.

Hieraus folget, daß auch der 3te Winkel e dem 3ten f gleich (58. n. 4.), und also beide rechte Winkel sind (Longim. 60).

66.

II. Zugabe.

Eben darum muß also die Linie F m senkrecht seyn.

67.

III. Zugabe.

Da ein gleichseitiges Dreyeck zugleich auch gleichschenklicht ist, man mag zur Grundlinie annehmen eine Seite, welche man wolle; so sind alle 3 Winkel desselben einander gleich.

68.

IV. Zugabe.

Weiter erhellet hieraus, daß in einem Dreyecke die den gleichen Winkel entgegengesetzten Seiten einander gleich sind; und umgekehrt; welches auch in 2 gleichen Dreyecken Statt hat.

69.

Daher muß auch ein jedes gleichwinklichtes Dreyeck gleichseitig seyn; und umgekehrt, ein jedes gleichseitiges gleichwinklicht.

70.

Sechster Lehrsatz.

Der Inhalt eines rechtwinklichten Viereckes ist gleich dem Produkte der Grundlinie in der Höhe.

Beweis.

Fig. 42. Man stelle sich vor, daß sich die Grundlinie A B eines rechtwinklichten Viereckes A B C D in der Linie A C, welche die Höhe ist (54), also nach und nach durch alle Punkte oder Theile fort bewege, daß sie immer ihre Fußstapfen hinterlasse; so wird das ganze rechtwinklichte Viereck daraus entstehen. Es besteht also der gesammte Inhalt desselben aus der so oft genommenen Grundlinie A B, als die Linie A C Punkte oder Theile hat. Heißt aber dieß nicht, jene mit dieser multipliciren? Folglich ist der Inhalt eines rechtwinklichten Viereckes dem Produkte der Grundlinie in die Höhe gleich.

71.

Zugabe.

Wer sieht nicht hieraus, daß alle Parallelogramme, welche gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben, auch eines gleichen Inhaltes sind.

72.

Siebenter Lehrſatz.

Eine Diagonallinie theilet ein Parallelogramm in 2 gleiche Theile.

Beweis.

AB iſt gleich CD, und AC gleich BD (53). CB iſt ſich ſelber gleich. Alſo ſind beide Dreyecke ABC, und BCD einander gleich (50. n. 3). Fig. 41.

73.

I. Zugabe.

Ein jedes Dreyeck kann folglich als die Hälfte eines Parallelogrammes von gleicher Höhe und Grundlinie angeſehen werden. Es ſind mithin, wie die Parallelogramme (67), alſo auch die Dreyecke (Long. 29.), wenn ſie gleiche Grundlinie und Höhe haben, einander gleich.

74.

II Zugabe.

Da man den Inhalt eines Parallelogrammes durch die Multiplikation der Grundlinie mit der Höhe, oder (welches eben ſo viel iſt) der Höhe mit der Grundlinie bekömmt: ſo iſt der Inhalt eines Dreyeckes gleich, entweder dem Produkte aus der ganzen Grundlinie in die halbe Höhe, oder aus

der

der halben Grundlinie in die ganze Höhe, oder dem halben Produkte aus der ganzen Grundlinie in die ganze Höhe. Welches sich am füglichsten thun läßt, erwählet man.

75.

Achter Lehrsatz.

Ein jedes regelmässiges Viereck läßt sich in so viel gleiche und gleichschenklichte Dreyecke abtheilen, als es Seiten hat.

Beweis.

Fig. 51. 1) Man umschreibe um das Vieleck einen Zirkel (41), und ziehe aus dem Mittelpunkte C Linien an alle Ecke; so wird man so viele Dreyecke zählen, als Seiten sind.

2) Daß diese Dreyecke gleichschenklicht sind, erhellet daraus, weil alle aus C gezogene Linien Halbmesser eines und ebendesselben Zirkels sind (Longim 38).

3) Nun sind nebst dem auch alle Grundlinien dieser Dreyecke, das ist, die Seiten des regelmässigen Vieleckes einander gleich (10); also müssen auch die Dreyecke selbst alle einander gleich seyn. (59. n. 3.)

E. Wie Figuren zu meſſen, und auf Riſſen vorzuſtellen ſind.

76.

Siebenzehnte Aufgabe.

Ein dreyeckiges Feld auszumeſſen, und auf das Papier zu bringen.

Auflöſung.

Es ſey das dreyeckige Feld A B C. Man meſſe alle 3 Seiten beſonders, und ſchreibe die Maßen einer jeden Seite auf ein Papier zu einer beiläufig ähnlichen Figur a b c N. 2, z. B. a b 5 Ruthen, b c, 3°, und a c 7°. Fig. 55.

Zu Hauſe mache man auf einem ſaubern Papiere N. 3, nach der 12 Aufgabe (45) mit dieſen 3 Maßen nach dem verjüngten Maßſtabe ein Dreyeck a b c.

77.

Achtzehnte Aufgabe.

Ein gleiches mit einem viereckigen Felde vorzunehmen.

Auflöſung.

Man meſſe alle 4 Seiten des Umfanges, und die Diagonallinie A D; ſo hat man 2 Fig. 46.

64.

Fünfter Lehrsatz.

In einem gleichschenklichten Dreyecke sind beide Winkel an der Grundlinie einander gleich.

Beweis.

Fig. 37. Man lasse von dem obersten Gipfel F des Dreyeckes D E F eine Linie F herabfallen, welche den Winkel D F E in 2 gleiche Theile, und das Dreyeck in 2 Dreyecke abtheilet. Nun diese 2 Dreyecke werden einander gleich seyn. Denn D F ist gleich E F wegen der Gleichschenklichkeit; F m ist beiden Dreyecken gemein, und also sich selber gleich. Der Winkel e ist gleich o vermög der Abtheilung. Folglich sind beide Dreyecke einander gleich (§. 9. n. 2) mithin auch D F gleich F E, und der Winkel D gleich E, w. z. e. w.

65.

I. Zugabe.

Hieraus folget, daß auch der 3te Winkel e dem 3ten f gleich (58. n. 4.), und also beide rechte Winkel sind (Longim. 60).

66.

II. Zugabe.

Eben darum muß also die Linie F m senkrecht seyn.

67.

III. Zugabe.

Da ein gleichseitiges Dreyeck zugleich auch gleichschenklicht ist, man mag zur Grundlinie annehmen eine Seite, welche man wolle; so sind alle 3 Winkel desselben einander gleich.

68.

IV. Zugabe.

Weiter erhellet hieraus, daß in einem Dreyecke die den gleichen Winkel entgegengesetzten Seiten einander gleich sind; und umgekehrt; welches auch in 2 gleichen Dreyecken Statt hat.

69.

Daher muß auch ein jedes gleichwinklichtes Dreyeck gleichseitig seyn; und umgekehrt, ein jedes gleichseitiges gleichwinklicht.

70.

Sechster Lehrsatz.

Der Inhalt eines rechtwinklichten Viereckes ist gleich dem Produkte der Grundlinie in der Höhe.

Beweis.

Fig. 42. Man stelle sich vor, daß sich die Grundlinie A B eines rechtwinklichten Viereckes A B C D in der Linie A C, welche die Höhe ist (54), also nach und nach durch alle Punkte oder Theile fort bewege, daß sie immer ihre Fußstapfen hinterlasse; so wird das ganze rechtwinklichte Viereck daraus entstehen. Es besteht also der gesammte Inhalt desselben aus der so oft genommenen Grundlinie A B, als die Linie A C Punkte oder Theile hat. Heißt aber dieß nicht, jene mit dieser multiplicieren? Folglich ist der Inhalt eines rechtwinklichten Viereckes dem Produkte der Grundlinie in die Höhe gleich.

71.

Zugabe.

Wer sieht nicht hieraus, daß alle Parallelogramme, welche gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben, auch eines gleichen Inhaltes sind.

72.

Siebenter Lehrſatz.

Eine Diagonallinie theilet ein Parallelogramm in 2 gleiche Theile.

Beweis.

A B iſt gleich C D, und A C gleich B D (53). C B iſt ſich ſelber gleich. Alſo ſind beide Dreyecke A B C, und B C D einander gleich (50. n. 3). Fig. 41.

73.

I. Zugabe.

Ein jedes Dreyeck kann folglich als die Hälfte eines Parallelogrammes von gleicher Höhe und Grundlinie angeſehen werden. Es ſind mithin, wie die Parallelogramme (67), alſo auch die Dreyecke (Long. 29.), wenn ſie gleiche Grundlinie und Höhe haben, einander gleich.

74.

II Zugabe.

Da man den Inhalt eines Parallelogrammes durch die Multiplikation der Grundlinie mit der Höhe, oder (welches eben ſo viel iſt) der Höhe mit der Grundlinie bekömmt: ſo iſt der Inhalt eines Dreyeckes gleich, entweder dem Produkte aus der ganzen Grundlinie in die halbe Höhe, oder aus

der

der halben Grundlinie in die ganze Höhe, oder dem halben Produkte aus der ganzen Grundlinie in die ganze Höhe. Welches sich am füglichsten thun läßt, erwählet man.

75.

Achter Lehrsatz.

Ein jedes regelmässiges Viereck läßt sich in so viel gleiche und gleichschenklichte Dreyecke abtheilen, als es Seiten hat.

Beweis.

Fig. 51. 1) Man umschreibe um das Vieleck einen Zirkel (41), und ziehe aus dem Mittelpunkte C Linien an alle Ecke; so wird man so viele Dreyecke zählen, als Seiten sind.

2) Daß diese Dreyecke gleichschenklicht sind, erhellet daraus, weil alle aus C gezogene Linien Halbmesser eines und ebendesselben Zirkels sind (Longim 38).

3) Nun sind nebst dem auch alle Grundlinien dieser Dreyecke, das ist, die Seiten des regelmässigen Vieleckes einander gleich (10); also müssen auch die Dreyecke selbst alle einander gleich seyn. (59. n. 3.)

E. Wie Figuren zu messen, und auf Rissen vorzustellen sind.

76.

Siebenzehnte Aufgabe.

Ein dreyeckiges Feld auszumessen, und auf das Papier zu bringen.

Auflösung.

Es sey das dreyeckige Feld A B C. Man messe alle 3 Seiten besonders, und schreibe die Maßen einer jeden Seite auf ein Papier zu einer beiläufig ähnlichen Figur a b c N. 2, z. B. a b ° 5 Ruthen, b c, 3°, und a c 7 °. Fig. 55.

Zu Hause mache man auf einem saubern Papiere N. 3, nach der 12 Aufgabe (45) mit diesen 3 Maßen nach dem verjüngten Maßstabe ein Dreyeck a b c.

77.

Achtzehnte Aufgabe.

Ein gleiches mit einem viereckigen Felde vorzunehmen.

Auflösung.

Man messe alle 4 Seiten des Umfanges, und die Diagonallinie A D; so hat man 2 Drey- Fig. 46.

Dreyecke A C D und A D B. Diese Maßen schreibt man wieder wie zu vor, an seinem Orte auf ein Papier zu einer aus freyer Hand ähnlich gemachten Figur auf, und bringt sie zu Hause reinlich und richtig nach dem verjüngten Maßstabe auf ein saubres Papier.

Erstlich zieht man die Diagonallinie A D. Dann einerseits das Dreyecke A C D, anderseits aber das Dreyeck A D B nach erst gemeldeter Art.

78.

Neunzehnte Aufgabe.

Ein unregelmässiges Vieleck auszumessen und aufzuzeichnen.

Auflösung.

Fig. 56. Es sey z. B. ein sieben eckiges Feld A B C D E F G.

Man zertheile dasselbe in so viele Dreyecke, als Seiten sind, weniger 2. Man messe alle äuserliche Seiten A B, B C, C D, D E, E F, F G, G A, und alle Diagonallinien B D, B E, A E, A F. Wie zuvor, schreibe man diese 11. Maßen auf eine beiläufig ähnliche Figur an seinen gehörigen Orten auf.

Zu Hause fange man an auf dem reinen Papiere von einer äuserlichen Seite z. B. C D, und mache das erste Dreyeck C D B, hernach B D E, und sofort bis an das End, nach obbemeldeter Art.

79.

Zwanzigste Aufgabe.

Einen unregelmässigen Platz aufzunehmen und in einem Risse vorzustellen, worin man keine Diagonallinie messen kann.

Auflösung.

Es sey der Platz A B C D E, welcher Teiche, Holzungen, u. d. g. vorstellet. Fig. 57.

Man messe alle Linien des ganzen Umfanges, und schreibe sie gehörig zu einer aus freyer Hand ähnlich gemachten Figur auf.

Hernach verlängere man eine jede Linie beiderseits A H, A I, B K, B L, u. s. f. überall um 5 Ruthen, und bemerke die Ende H, I, K, L, &c. mit Absteckstäben.

Dann messe man die Weiten H, I, K, L, u. s. w., und trage dieselben in die ähnliche Figur an gehörigen Orten auf.

Um diesen Platz zu Hause richtig auf das Papier zu bringen, ziehe man nach dem verjüngten Maßstabe erstlich die Linie A B, und verlängere sie beiderseits bis in H und L, überall um 5 Ruthen.

Aus B beschreibe man mit der Weite B L gegen K einen Bogen, und aus L mit der Weite K L einen andern, der den ersten durchschneidet. Durch diesen Durschnittspunkt K, und durch den Punkt B ziehe man die Linie B C, so lang als sie aufgeschrie-

schrieben, und verlängere sie ebenfalls um 5 Ruthen bis in M.

In M mache man wieder, wie in B die durchschneidenden Bögen; so bekömmt man den Punkt N zur Ziehung der Linie NCD. Nach diesem verfährt man so lang, bis alle Seiten durchgegangen, und die Figur geschlossen ist.

80.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Einen Raum aufzunehmen aus einem Punkte, woraus man alle Ecke desselben sehen, und die dahin gehenden Linien messen kann.

I. Auflösung.

a. Mit dem Halbzirkel, oder Astrolabium.

Fig. 69. Man stelle das Astrolabium in einen beliebigen Punkt z. B. BF, und messe alle Winkel um und um, AFB, BFC, CFD, DFE, EFG, und GFA, desgleichen die Linien FA, FB, FC, FD, FE, FG. Alle diese Maßen schreibe man zu der ohngefähr ähnlich gezeichneten Figur, und mache danach zu Hause einen saubern Riß.

b. Mit

b. Mit dem Meßtischlein.

Mit dem Meßtischlein erſparet man die Meſſung der Winkel (denn beim Viſiren und Ziehen der viſirten Linien erſcheinen ſie gleich in ihrer wahren Größe auf dem Papier); man erſparet das Aufſchreiben, und das nochmalige Zeichnen zu Hauſe.

II. Auflöſung.

Der Punkt F kann auch an einem Ecke der Figur angenommen werden. Uibrigens iſt das Verfahren ſowohl mit dem Aſtrolabium, als mit dem Meßtiſchlein einerlei. Fig. 70.

81.

Zwey und zwanzigſte Aufgabe.

Einen Raum aus 2 Punkten auszumeſſen, aus deren jedem man die Ecke der Figur zwar ſehen, aber nicht gerad dazu kommen kann.

Auflöſung.

1) Mit dem Halbzirkel.

Man nehme die 2 Stationspunkten in 2 Ecken der Figur, z. B. A und B. In A meſſe man die Winkel EAD, DAC, und CAB, in B deßgleichen die Winkel ABE, EBD, und DBC; und endlich die Sta- Fig. 71.

tionslinie A B. Alles wird wie sonst gehörig aufgeschrieben. Zu Hause wird erstlich die Linie a b nach dem verjüngten Maßstabe gezogen; und dann sowohl bei a als bei b die gefundenen Winkel gemachet. Die sich durchkreuzenden Linien werden die Figur schon von selbst bestimmen.

2) Mit dem Meßtischlein.

Auf dem Meßtischlein werden durch die beiderseits in A und in B gezogenen Linien nicht nur die Winkel sondern auch die ganze Figur bestimmet, wenn man die Punkte, wo sich die Visirlinien schneiden, mit Linien zusammen zieht.

82.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Einen Wald oder Teich mit der Magnetnadel (Bussole) auszumessen, wenn man ihn ganz umgehen kann.

Auflösung.

Fig. 72. N. 1. Man stelle die Bussole in ein Eck, z. B. A, und richte die Diopern nach B. Den von der Magnetnadel angezeigten Grad, und die Länge der Linie A B schreibe man auf. Hernach geht man zu dem Ecke B, nimmt das Absehen nach C; und merket wieder den Grad, und die Länge der Linie BC an. Dieses wird durch alle Linien des Umfanges fortgesetzet. Nur die 2 letzten D E und E A kann man sammt ihrem eingeschlossenen Winkel

DEA

DEA ersparen ; wenn man aus A auch nach E visiret hat. Wiewohl Sicherheit halber und zum Beweise, ob man richtig verfahren sey, kann man sie auch messen. Zu Hause leget man die Bussole auf das N. 2. saubere aufgespannte Papier ; wendet sie so lang herum, bis die Magnetnadel den angemerkten Grad z. B. für die Linie DE weiset ; und ziehet die Linie de in seiner aufgeschriebenen, aber verjüngten Länge. Eben also verfährt man mit den übrigen Winkeln und Seiten.

83.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Ein ganzes Landgut aufzunehmen, und in Grundriß darzustellen.

Auflösung.

1) Man wähle an jeder Seite der Gränzen solche Oerter, wovon man durch die ganze Länge und Breite gerade Linien, die sich durchschneiden, abstecken und messen kann, wie in A und B. Fig. 73.

2) Man messe die Länge jeder Linie, AC, BD, BE, und merke in seiner Schreibtafel alle Punkte an, das ist, jeden Weg, Fußsteig, Acker, Wald, Garten, Wiese u. d. gl., worüber die Linien weggehen. An einem jeden solchen Punkte schlage man einen Pflock ein, der mit eben dem Zeichen wie in der Schreibtafel zu bezeichnen ist.

3) Man erforsche weiters aus Personen, welche der Gegend kundig sind, die Eigenthümer oder Namen der Stücke; und schreibe sie ebenfalls gehörig auf.

4) An den Punkten x y, wo sich 2 Linien durchkreuzen, messe man die herum liegenden Winkel, und merke sie genau an.

5) Linien und Winkel nebst allen angemerkten Punkten trage man nach einem hinlänglichen Maßstabe auf den Meßtisch.

6) Alsdann gehe man mit diesem Meßtische auf das Feld; setzet ihn gehörig über den Punkt, wo man die fernere Messung annehmen will, und zeichnet darauf, was zwischen 2 gemessenen Linien befindlich ist.

7. Eben dieses wird nach und nach mit den Gegenständen vorgenommen, welche sich zwischen den übrigen Linien befinden. Also kann man alle Theile des Landgutes in den Riß auf das Meßtischlein bringen.

84.

Anmerkung.

Die dabei vorkommenden Fälle sind ebendiejenigen, wozu schon oben ist Anleitung gegeben worden. Die langen Linien und die angemerkten Punkte machen, daß alles genauer eintrifft, als wenn Stück für Stück gemessen, und endlich alle an einander gesetzet würden.

85.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Einen Riß zu verjüngen oder zu vergrössern.

Auflösung.

Man hat zwar ein eigenes Instrument, den sogenannten Affen- oder Storchenschnabel; womit die Verjüngung oder Vergrösserung in verlangtem Verhältnisse vorgenommen werden kann. Da aber nicht jedermann dieses bei Handen hat; so will ich die gewöhnlichste Art ohne Instrument ein gleiches zu thun hieher setzen.

Man mache über das Urbild, welches vergrössert oder verkleinert werden soll, mit leicht auslöschlichen Linien ein Netz, das ist, lauter Quadratel, je kleiner, je besser auf folgende Art. Die unten gezogene Linie A B theile man in beliebig gleiche Theile, und ziehe aus den Abtheilungspunkten aufwärts senkrechte Linien. Die 2 äussersten A C und B D theile man gleichfalls in eben so grosse Theile ab, so viel als es gibt; wenn auch etwas übrig bleibt. Fig. 72. N. 1.

Eben so viele Theile so wohl in der Länge als Breite (nur kleiner oder gröſſer, so wie verlanget wird) mache man in seinem vorzunehmenden Risse a b c d; und bezeichne alle Quadratel in beiden mit Zifern in gleicher N. 2.

cher Ordnung. Diese Bezeichnung kann auch nur an Seiten, z. B. AC, ac, und AB, ab geschehen.

Endlich trage man nach und nach aus den Ecken der Quadrateln des Urbildes ABCD verhältnißmässig die in denselben befindliche Figur in die grössern oder kleinern Quadratel des Rißes abcd über.

F. Wie der Inhalt der Figur zu berechnen.

86.

Eine quadratische Maß ist ein Quadrat. Also ein Quadratklafter ist ein Quadrat, dessen Länge so wie die Breite eine Klafter ist. Ein Quadratschuh ist ein Quadrat, dessen Länge und Breite einen Schuh groß ist, u. s. f.

87.

Neunter Lehrsatz.

Das Maß einer Figur ist ein quadratisches Maß.

Beweis.

Wir haben oben (66) gehöret, das man den Inhalt eines rechtwinkligen Viereckes bekomme, wenn man die Grundlinie mit der Höhe multipliciret.

Es sey die Grundlinie A B 6 Schuh, und die Höhe A C 5 Schuh; es wird also der Inhalt 5mal 6, das ist 30 Schuh seyn. Fig. 51.

Man ziehe durch die Theilungspunkte gleichlaufende Linien sowohl nach der Grundlinie, als nach der Höhe, welche sich durchschneiden, und lauter Quadrate ausmachen werden. Diese Quadrate zusammen genommen geben den Inhalt des ganzen Viereckes. Nun zähle man sie; so wird man eben 30 finden, deren ein jedes einen Schuh lang und breit ist. Es ist also das Maß der Figur ein quadratisches Maß.

88.

Zugabe.

Folglich enthält eine Quadratklafter nicht 6 Schuh, wie eine gemeine, sondern 6mal 6, das ist 36 Schuh. Eben also 1 Quadratschuh nicht 12, sondern 144 Zolle.

89.

Sechs und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines rechtwinkligen Viereckes zu finden.

Auflösung.

Man multiplicire eine Seite mit der andern. Das Produkt gibt den Inhalt

(66), in Ruthen, oder Klaftern, Schuhen, Zollen, Linien, je nachdem man sie bestimmet hat.

90.

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Quadrates zu berechnen.

Auflösung.

Weil die Höhe so groß ist als die Grundlinie (26); so multiplicire man eine Seite mit sich selbst. Dieses Quadrat ist der Inhalt. Z. B. ein Schachspielbrett hat auf jeder Seite 8 Felder; folglich in allen 64.

91.

Anmerkung.

Daher ist es gekommen, daß man auch in der Rechenkunst das Produkt einer Zahl in sich selbst ein Quadrat nennet.

92.

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines schiefen Parallelogrammes, einer Raute und länglichten Raute zu finden.

Auflösung.

Fig. 41. Man ziehe erst die senkrechte Linie C E oder D F, und messe sie. Mit dieser multipli-

tiplicire man alsdann die Grundlinie; so hat man den gesuchten Inhalt.

93.

Neun und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Dreyeckes auszurechnen.

Auflösung.

In schiefwinkligen Dreyecken suche man erstlich die Höhe, wie erst (82) ist gesaget worden (denn in rechtwinkligen ist sie schon vorhanden). Nun multiplicire man die Grundlinie mit der halben Höhe, oder die ganze Höhe mit der halben Grundlinie, oder die ganze Grundlinie mit der ganzen Höhe, in welchem letztern Falle aber alsdann das Produkt zu halbiren ist: so hat man den Inhalt des Dreyeckes gefunden (70).

Z. B. Es sey die Grundlinie 9^{11}, und die Höhe 6^{11}. Also saget man entweder 3mal 9, oder $4\frac{1}{2}$mal 6, oder 6mal 9 mit 2 dividiret. Ein jedes gibt 27^{11} quadratisch für den Inhalt des Dreyeckes.

94.

Dreyßigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Trapeziums, und Trapezoides zu finden.

I. Auflösung.

Man zertheile erstlich dieselben mit einer Diagonallinie CB oder AD in 2 Dreyecke Fig. 45. 46.

ecke. In einem jeden Dreyecke suche man die Höhe AE, FD, und CE, DB, senkrecht auf die Diagonallinie, welche als Grundlinie angenommen wird. Man berechne ein jedes Dreyeck insbesondere, und addire beide Produkte zusammen; so hat man den verlangten Inhalt.

II. Auflösung.

Kürzer geschieht es, wenn man die Diagonallinie mit der halben Summe beider Höhen multiplicirt.

Es sey z. B. Die Diagonallinie 9, die eine Höhe 4, die andere 6. Im ersten Falle heißt es 2mal 9 ist 18 für ein Dreyeck, und dreymal 9 ist 27 für das andere; 18 und 27 ist 45. für das ganze Vierreck. Im 2ten Falle aber sage ich gleich 5mal 9 ist 45.

95.

Ein und dreyßigste Aufgabe.

Den Inhalt eines unregelmäßigen Vieleckes zu berechnen.

Auflösung.

Fig. 56. Man theile dasselbe durch Diagonallinien in so viele Dreyecke als Seiten sind, weniger 2 (74). Ein jedes Dreyeck berechne man besonders (83). Endlich addire man alle

alle Produkte zusammen; so hat man, was ist gesuchet worden.

96.

Zwey und dreyßigste Aufgabe.

Den Inhalt eines regelmässigen Vieleckes auszurechnen.

Auflösung.

Man stelle sich das Vieleck (wie 71) in so viel gleiche und gleichschenklichte Dreyecke, als Seiten sind, abgetheilet vor; so wird klar in die Augen fallen, daß die Summe aller Dreyecke den Inhalt desselben ausmache. Daher suche man die Höhe C D eines Dreyeckes (indem alle gleiche Höhen haben) und multiplicire den ganzen Umfang, das ist, die Summe aller Seiten mit der halben Höhe, oder umgekehrt (83). Das Produkt ist der Inhalt. Fig. 71.

97.

Drey und dreyßigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Zirkels zu finden.

Auflösung.

Da der Zirkel als ein regelmässiges Vieleck von unendlich kleinen und unendlich vielen Seiten kann angesehet werden (11); so multiplicire man den halben Umkreis mit dem

dem Halbmesser, oder umgekehrt. Das Produkt gibt den Inhalt.

98.

Vier und dreyßigste Aufgabe.

Zu berechnen, wie viel Steine zur Belegung eines Saales erfodert werden.

Auflösung.

Man multiplicire die Länge des Saales mit dessen Breite z. B. in Schuhen. Dann multiplicire dieses Produkt mit der Zahl der Steine, welche auf einen Quadratschuh gehen; so hat man die Zahl der Steine. Z. B. Es sey ein Stein ein 1schuhiges Quadrat; der Saal 52′ lang, und 30′ breit; 30mal 52, das ist, 1560 so viel werden Steine erfodert. Sollten aber z B. 4 Steine einen Quadratschuh ausmachen; so findet man, daß 4mal 1560, oder 6240 Steine erfodert werden.

99.

Fünf und dreyßigste Aufgabe.

Zu berechnen, wie viele Ziegel zur Bedeckung eines Daches vonnöthen sind.

Auflösung.

Man messe erstlich, wie viel Schuh das Dach lang ist. Diese Zahl multiplicire man

mit

mit 2, weil der Dachziegel insgemein $\frac{1}{2}$ Schuhe breit angenommen wird; so hat man eine Reihe der Ziegel in der Länge. Nun messe man auch die Höhe des Daches. Wenn nun der Dachziegel einen Vorsprung auch eines $\frac{1}{2}$ Schuhes hat; so hat man so viele Reihen als $\frac{1}{2}$ Schuhe. Mit dieser Zahl der Reihen multiplicire man das erste Produkt; so hat man die Zahl der erfoderlichen Ziegel.

Es sey z. B. das Dach $20\frac{3}{4}$ Klafter, oder 124 Schuhe lang. Diese Zahl verdoppelt gibt 248. Nun sey das Dach 1'9 Schuhe oder 38 halbe Schuhe hoch. 18mal 248, das ist, 4464 Dachziegel brauchet man zur Bedeckung einer Seite des Daches. Ist das zwey- und gleichseitig: so ist die gefundene Zahl zu verdoppeln, sonst aber die andre Seite besonders auszurechnen.

100.

I. Anmerkung.

Neben der Quadratmaß ist auch die Riemen oder Klaftermaß üblich in Berechnung der Figuren. Eine geklafterte Klafter ist 1 Klafter lang und breit, also bleibt sie eine Quadratklafter. Hingegen ein geklafterter Schuh ist klafterlang und schuhebreit; enthält mithin 6 Quadratschuhe, und 6 solche geklafterte Schuhe machen 1 □ Klafter aus. Ein geklafterter Zoll ist klafterlang und zollbreit; folglich gilt er 72 Quadratzoll, oder

$\frac{1}{2}$ Quadratschuhe: und 1 geklafterte Linie 864 Quadratlinien, oder 6 Quadratzolle. Es machen aber 12 geklafterte Zolle 1 geklafterten Schuhe, und 12 geklafterte Linien 1 geklafterten Zoll.

II. Anmerkung.

Bei diesem Masse hat man eine leichtere und kürzere Rechnungsart in vermischten Zahlen, aus Klaftern, Schuhen, Zollen, und Linien; welche in der Ausübung gemeiniglich vorfallen. Denn zum quadratischen Masse wird erfodert, daß eine gleichnamige Zahl mit einer gleichnamigen multipliciret werde, z. B. Zolle mit Zollen, Linien mit Linien; nicht aber Zolle mit Schuhen, u. d. g. Folglich müssen beide vermischte Zahlen auf die kleinste Art erstlich reduciret, alsdann mit einander multiplicirt, und endlich wieder zu den höhern Arten zurück reducirt werden; welches sehr lang und beschwerlich ist. Diese Reduktion wird in Klaftermaßen ersparet.

102.

III. Anmerkung.

Die Berechnung nach der Klaftermaß geschieht durch die messende Theile (per partes aliquotas). Einen messenden Theil nenne ich jenen, welcher etlichemal genommen,

men, sein ganzes genau ausmißt. Z. B. 2 und 3 sind messende Theile von 6; 2, 3, 4, 6 von 12: das ist 2 ist $\frac{1}{3}$ von 6, und 3 ist $\frac{1}{2}$ davon. 2 ist $\frac{1}{6}$, 3 $\frac{1}{4}$, 4 ist $\frac{1}{3}$, und 6 ist $\frac{1}{2}$ von 12. Mehr brauchet man nicht als diese in dieser Rechnungsart.

103.

Sechs und dreißigste Aufgabe.

Den Inhalt einer Figur in Klaftermaßen zu berechnen.

Auflösung.

Beispiele werden die Sache erklären.

1tens Mit einer vermischten Zahl.

Es sey die Grundlinie 48°; die Höhe 9°, 3'. Man multiplicirt erstlich 48° mit 9°: und weil 3' die Hälfte einer Klafter ist; so dividirt man (anstatt der Multiplikation) 48 mit 2, und addirt den Quotienten zu dem ersten Produkte 38°

9°3'

432

24

456 Quadratklafter.

Es sey die Grundlinie 89°
die Höhe 78° 5′

812
623
44 3′
29 4′
7016 1

Erstlich wird 89 mit 78 multiplicirt. Weil aber 5 kein messender Theil von 6 ist; so zertheilet man 5 in 3 und 2. Nun 3 ist $\frac{1}{2}$ und 2 ist $\frac{1}{3}$ von 6. Folglich dividirt man 89 erstens mit 2, hernach mit 3; beide Quotienten werden zum 1ten Produkte hinzu addirt.

Nro. 2 mit 2. vermischten Zahlen.

Es sey die Grundlinie 89°5′ (5=3×2)
die Höhe 96 4′ (4=2×2).

534
623
38 2′
25 3 4″
29 4
29 4, ″
6887 1 4

Hier wird wider erstlich 89 mit 76 multipliciret; hernach von 76° 4′ erstens $\frac{1}{2}$, dann $\frac{1}{3}$ genommen. Das in der lezten Division überbleibende $\frac{1}{3}$′ machet, 4″. Nun neh-

nehme man von 89° (nicht von 89° 5, weil 4 mit 5 schon ist multiplitiret worden) zweymal $\frac{1}{5}$, und addire alles zusammen.

Es sey die Grundlinie 78° 5′ 6″ (5=3×2)
die Höhe 46 4 8

468				
312				
23	2′	4″	‴	
15	3		8	
3	5	4	8	
26				
26				
8	4			
°	′	″	‴	
1691	3	3	4	

Nachdem 78 mit 46 multiplicirt, und aus 46° 4′ 8″ erstens $\frac{1}{2}$ hernach $\frac{1}{5}$ genommen worden; so nimmt man $\frac{1}{4}$ von 15° 3′ 6″ 8‴, weil 6″ (= $\frac{1}{2}$′) $\frac{1}{4}$ von 2 (= $\frac{1}{5}$°) und endlich kömmt noch dazu zweymal $\frac{1}{5}$ von 78 wegen 4′; und weil 8‴ auch $\frac{1}{5}$ von 2′ (= $\frac{1}{5}$°) ist, so nimmt man gleich $\frac{1}{5}$ von 26°, als welche $\frac{1}{5}$ von 78° sind.

Nro. 3. Wenn eine mittlere Art mangelt; so nimmt man unterdessen eine an, und zwar eine solche, wovon die nachfolgende ein messender Theil ist. Im Addiren aber alsdann bleibt das Angenommene wieder aus.

Es sey die Grundlinie	48°	8′′
die Höhe	36	6′′
	288	
(Angenommen 2′ (= $\frac{1}{5}$°)	144	
(weil 8′′ von 2′ eben $\frac{1}{2}$ ist)	72	2′′
	4	8′′′
(Angenommen 1 (= $\frac{1}{6}$°) weil)	8	
(6 ′′ = $\frac{1}{2}$ von 1′ ist)	4	
	2736	8

Weil 8′′ = $\frac{1}{4}$ von 2′ ist; so stelle man sich vor, als ob 48° 2′ 8′′ wäre angegeben worden. Nun nehme man 2′ als $\frac{1}{5}$° von 36° 6′′ (streiche es aber wider aus), damit man $\frac{1}{5}$ davon nehmen könne. Eben also, weil 7′′ = $\frac{1}{2}$ von 1′ (= $\frac{1}{6}$) ist; nehme man unterdessen anstatt 36° - - - 6 an, 36° 1′ 6′′. Und nach genommenen, aber wieder ausgestrichenem $\frac{1}{6}$ von 48 (= 8), nehme man $\frac{1}{2}$ davon, und addire alles zusammen.

Es sey die Grundlinie	78°	—	8′′
die Höhe	26	—	9
	468		
	156		
(8′′ = $\frac{1}{4}$ von 2′ (= $\frac{1}{5}$°)	8	4′	3′′
(9′′ = $\frac{1}{4}$ von 3′ (= $\frac{1}{2}$°)	2	5	5
	39		
	9	4,	6′′
	2040	5	11

G. wie

G. Wie die Figuren zu theilen oder die Geodesie.

104.

Sieben und dreyßigste Aufgabe.

Ein Dreyeck aus einem Winkel in wie viel immer gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Man theile die entgegengesetzte Seite AB in so viele Theile als begehret wird (Long. 90.), z. B. 3; und ziehe aus dem gegebenen Winkel C auf die Theilungspunkte DE Linien: so ist das Dreyeck in 3 gleiche Theile getheilet (69.). In Feldertheilungen wird die Linie AB nach dem Masse abgetheilet. Es sey z. B. AB 190 lang; so ist 63′ $\frac{1}{3}$ davon $\frac{1}{3}$. Fig. 59.

105.

Acht und dreyßigste Aufgabe.

Ein Dreyeck aus einem in einer Linie gegebenen Punkte in gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Man theile, wie vorher, die Linie AB, worauf der Punkt D gegeben worden, in die Fig. 60.

verlangte gleiche Theile, z. B. in 3. Man ziehe aus dem entgegengesetzten Winkel C die Linie CD auf den gegebenen Punkt D. Nach dieser Linie CD ziehe man aus Abtheilungspunkten m und n gleichlaufende Linien rm und sn (Long. 79. 80. 81.). Endlich die aus rs auf D gezogenen Linien rD und sD werden das Dreyeck, in 3 gleiche Theile ArD, DsB, und rDs C abtheilen.

106.

Neun und dreyßigste Aufgabe.

Ein Parallelogramm in gleiche Theile zu theilen.

Auflösung.

Fig. 61. Man theile eine Seite, z. B. AB in 3 Theile; und ziehe durch die Theilungspunkte m und n gleichlaufende Linien nach der andern Seite AC. So ist geschehen, was verlangt worden. AC. p mpqmn. qDB n sind die 3 gleiche Theile.

Vierzigste Aufgabe.

107.

Ein Parallelogramm aus einem gegebenen Punkte gleich abzutheilen.

Auflösung.

Fig. 61. Es sey in eben demselben Parallelogrammum der Punkt E gegeben. Man theile

es

es, wie erst anfänglich in 3 gleiche Theile mit den 2 Linien f m und q n. Diese halbire man hernach in o; und ziehe aus E durch o eine Linie E r und nach dieser durch das andere o eine gleichlaufende S t; so sind die 3 gleiche Theile ACEr, Estr, SDCt.

108.

Zugabe.

Beide Aufgaben lassen sich auch auf rechtwinklichte, auf gleichseitige Vierecke, und auf Rauten anwenden; weil diese Figuren auch Parallelogramme sind.

109.

Ein und vierzigste Aufgabe.

Ein Trapezium in gleiche Theile abzutheilen.

Auflösung.

Man theile beide gleichlaufende Linien AB und CD in die verlangten Theile, z. B. 3, und vereinige die Theilungspunkte durch Linien; so ist die Abtheilung richtig geschehen. Fig. 62.

110.

Zwey und vierzigste Aufgabe

Ein Trapezoides in gleiche Theile abzutheilen.

Auflösung.

Fig. 63. Man ziehe aus einem Winkel z. B. D. nach einer Seite A B eine gleichlaufende Linie E D; so ist das Trapezoides in ein Trapezium und in ein Dreyeck abgetheilet. Nun theile man wohl das Dreyeck (94.), als das Trapezium (99.) in die verlangte Theile, z. B. in 2; so hat man die verlangten gleichen Theile A E C F G, und C F G B D.

111.

Anmerkung.

Damit die gar zu spitzigen Winkel in der gleichen Abtheilung vermieden werden; so pfleget man die Dreyecke oft in gleich grosse Parallelogramme zu verwandeln. Daher sey die

112.

Drey und vierzigste Aufgabe

Ein Dreyeck in ein Parallelogramm zu verkehren.

Auflösung.

Man nehme die ganze Grundlinie und halbe Höhe, oder die ganze Höhe und die hal-

halbe Grundlinie und $\frac{1}{4}$ der Höhe, oder die doppelte Höhe und $\frac{1}{4}$ der Grundlinie des Dreyeckes. Daraus mache man ein Parallelogramm (47 49); so wird dieses jenem gleich seyn (69.).

113

Vier und vierzigste Aufgabe.

Ein Dreyeck in ein andres zu verwandeln.

I. Auflösung.

Alle Dreyecke welche gleiche Grundlinien, und gleiche Höhen haben, oder (welches letztere eben so viel ist) welche zwischen 2 gleichlaufenden Linien stehen, sind einander gleich; mithin mache man nur zwischen 2 gleichlaufenden Linien auf gleicher oder ebenderselben Grundlinie ein andres Dreyeck. Also sind die Dreyecke ABC, ABD, und EFG einander gleich. Fig. 64.

II. Auflösung.

Oder man nehme doppelte Höhe und halbe Grundlinie; oder umgekehrt, doppelte Grundlinie und halbe Höhe; oder 3 fache Grundlinie und $\frac{1}{3}$ der Höhe u. s. f. ode umgekehrt; wie es sich am besten schicket. Alle diese Dreyecke werden einander gleich seyn.

114.

Fünf und vierzigste Aufgabe.

Eine jede Figur in ein gleiches grosses Dreyeck zu verwandeln.

Auflösung.

Man berechne erstlich den Inhalt der Figur (79. u. f. f.), und dividire denselben mit der halben Summe aller Grundlinien jener Dreyecke, in welche die Figur ist abgetheilet worden. Der Quotient gibt die Höhe, und die ganze Summe aller gemeldeten Grundlinien die neue Grundlinie für das verlangte Dreyeck.

115.

I. Zugabe.

Fig. 65. Also ist ein Dreyeck A B C, dessen Grundlinie A B die Summe aller Seiten eines regelmässigen Vieleckes z. B. des obigen Sechseckes (49. Fig.) die Höhe aber die nämliche, wie im Vielecke ist, diesem Vielecke gleich. (86.)

11.

II. Zugabe.

Eben also ist ein Zirkel einem Dreyecke gleich, so den Umkreis zur Grundlinie, und den Halbmesser zur Höhe hat (87.).

117.

117.

Sechs und vierzigste Aufgabe.

Eine jede Figur in was immer für Theile zu theilen.

I. Auflösung.

Man suche den Inhalt der Figur (79. u. f. f.); und mache daraus ein ihr gleich Dreyeck (104) Dieses theile man in die begehrte Theile (94). Die Dreyecke, in welche es ist abgetheilet worden, trage man entweder selbsten, wie sie sind, in die gegebene Figur, wie es der Raum leidet; oder man verwandle; sie vorher in andere gleichgrosse (103.), oder in Parallelograme (102.), und trage sie in die gegebene Figur bis auf den letzten Theil, welcher ohnehin den andern gleich seyn muß unter was immer für einer Figur.

II. Auflösung.

Man suche den Inhalt der Figur (79. u. f. f.), und theile diesen durch die Zahl der Theile; z. B. durch durch 3, und einen Theil davon halbire man.

Fig. 66. Den Inhalt eines Dreyeckes, in welche die Figur durch eine Diagonallinie ist abgetheilet worden, z. B. AED, ziehe man von $\frac{1}{3}$ des ganzen Inhalts ab, damit man wisse, was noch dazu kommen müsse. Den Rest theile man durch $\frac{1}{2}$ AD als die Grundlinie; so bekömmt man die Höhe I M des Dreyeckes AID zum Quotienten, welches dem vorigen AED noch zu addiren ist, um $\frac{1}{3}$ der ganzen Figur zu haben.

In dieser gefundenen Höhe ziehe man zu AD eine gleichlaufende Linie, welche den Punkt I bestimmet, auf welchen aus D die Linie DI gezogen, den ersten 3ten Theil gibt.

Weiters dividire man die Hälfte des 3ten Theils, oder $\frac{1}{6}$ des ganzen Inhalts durch $\frac{1}{2}$ DI, so wieder als eine Grundlinie eines künftigen Dreyeckes AKD anzusehen ist; so gibt der Quotient die Höhe N K desselben.

Durch eine in dieser Höhe zu DI gezogene gleichlaufende Linie wird der Punkt K bestimmet. Nun mangelt noch der Punkt L, um das 2te Drittel zu bestimmen.

Mithin theile man $\frac{1}{6}$ des ganzen Inhaltes durch $\frac{1}{2}$ KD als der Grundlinie. Der Quotient ist die verlangte Höhe des Dreyeckes KLD, in welcher eine gleichlaufende Linie zu KD der noch mangelnde Punkt L erhalten wird. Die Linie LK schließt den 2ten Theil, und LKCB wird also der 3te und letzte seyn.

Z. B. Die Diagonallinie AD sey = 516″, und AC = 580″; die Höhe EH 154″, DG = 315, und BF = 375″. Mithin ist der Inhalt AED = 39732″. ADC 91350″, ABC = 108750″ (83) und der ganzen Figur = 239832″, wovon $\frac{1}{3}$ = 79944, und $\frac{1}{6}$ = 39972.

$\frac{1}{3}$ = 79944
AED = 39732

$\frac{1}{2}$AD = 258) 40212 (156″ beynah = IM
1441
1512

$\frac{1}{6}$ = 39972 148″ = KN.
$\frac{1}{2}$ DI = 1307
2312
160

$\frac{1}{2}$ = 39972 (143″ = LO.

$\frac{1}{3}$ KD = 2972) 1207
912
75

Sol-

Sollte das erste Dreyeck AED gröſſer als $\frac{1}{5}$ des ganzen Inhaltes seyn; so ziehe man dieſes von jenem ab. Der Reſt deutet das Dreyeck an, welche man von AED abziehen soll, um $\frac{1}{5}$ zu bekommen.

Ende der Planimetrie.

III. Theil
der
Meßkunst
die
Stereometrie
oder
Körpermessung.

Drittes Hauptstück.

Von der Körpermessung (Stereometrie).

A. Von den Körpern überhaupt.

1.

Ein Körper mathematisch betrachtet, ist eine Ausdehnung in die Länge, Breite und Dicke (Long. 8.). Durch die Bewegung einer Fläche an oder um eine Linie stellet man sich das Entstehen desselben vor. Er hat mithin ein dreyfaches Maß: 1) In die Länge, 2) in die Breite, und 3) in die Dicke, oder Höhe, oder Tiefe.

2.

So wie eine Fläche durch Linien (Plan. 4); so ist ein Körper durch Flächen begränzet.

3.

Zu einem ebenen Winkel werden 2 in einem Punkte zusammenlaufende Linien erfodert (Long. 48.). Zu einem soliden oder Körperwinkel müssen wenigstens 3 seyn, und diese nicht in einer Fläche. Z. B. der Winkel B wird gemacht durch die Neigung der Linien AB, BC, und BF gegen einander. Unter welchen die Linie BF in einer andern Fläche liegt als AB und BC.

Fig. 75.

4.

I. Zugabe.

Es werden also auch so viele Flächen als Linien zu einem Körperwinkel erfodert, nämlich wenigstens 3. ABCD ist eine, ABEF die zweyte, und BCFG die dritte, deren eine jede in einer andern Fläche liegt, folglich eine andere Neigung hat.

5.

II. Zugabe.

Eben daher sind gleichfalls wenigstens 3 Flächenwinkel nöthig zu einem körperlichen Winkel, als ABC, ABF und CBF.

6.

Man pfleget die Körper auch Figuren zu nennen, aber zum Unterschiede der ebenen, die körperlichen. Zur Schließung einer kör-

per-

perlichen Figur muß man aber mehr als 3 Flächen haben, gleichwie zu einer ebenen mehr als 2 gerade Linien (Plan. 4) erfodert werden.

7.

Jene Körperwinkel sind einander gleich, und zugleich auch ähnlich, welche aus gleich vielen, und gleich grossen, und in gleicher Ordnung gesetzten flachen Winkeln bestehen.

8.

Aehnliche Körper sind aber, welche mit gleich vielen einander ähnlichen Flächen umgeben sind. Z. B. ein Würfel ist dem andern, eine Kugel der andern, ein Kegel dem andern ähnlich.

9.

I. Zugabe.

Wie ähnliche Flächen die gleichnamigen Winkel gleich haben (Plan. 32.); so sind auch die gleichnamigen Körperwinkel ähnlicher Körper einander gleich (7).

10.

II. Zugabe.

Die gleichnamigen Seiten zwoer ähnlichen Flächen haben ein gleiches Verhältniß gegen einander (Plan. 35. 36.) welches sie auch in Körpern behalten.

11.

Körperwinkel, welche in einandergestecket (der Vorstellung nach), einander wechselweise gänzlich decken, sind einander gleich.

12.

Wenn alle flache Winkel, welche in einem Punkte zusammen laufen, die Summe 360° ausmachen; so werden sie eine Fläche, und nicht mehr einen Körperwinkel darstellen.

13.

Zugabe.

Folglich müssen alle flache Winkel, die einen Körperwinkel ausmachen, zusammengenommen kleiner seyn als 360°, oder als 4 rechte Winkel.

14.

Gleichwie in flachen Figuren eine jede Linie als die Grundlinie kann angesehen werden (Plan. 31): also kann man auch in körperlichen Figuren was immer für eine Fläche für die Grundfläche annehmen.

B. Arten der Körper.

15.

Körper sind zweyerley, wie die Flächen (Plan. 10): regelmässige und unregelmässige. Ein regelmässiger Körper wird derjenige genannt, welcher mit gleichgrossen und re-

gel-

gelmäſſigen Flächen von einer Art umſchloſſen iſt. Alle übrige ſind unregelmäſſig.

16.

Zugabe.

Weil alſo ein jeder Winkel eines regelmäſſigen Körpers aus ſolchen flachen Winkeln beſteht, die ſowohl der Zahl als der Gröſſe nach gleich ſind: ſo erhellet, daß alle Winkel eines regelmäſſigen Körpers einander gleich ſeyn müſſen.

a. Arten der regelmäſſigen Körper.

17.

Erſter Lehrſatz.

Regelmäſſige Körper ſind 5, und können nicht mehr ſeyn.

Beweis.

Zu einem regelmäſſigen Körper werden gleichgroſſe regelmäſſige Flächen von einer Art erfodert (15) Weil die Summe aller Seitenflächen, die zu einem körperlichen Winkel erfodert werden, allemal weniger als 360° betragen müſſen: ſo iſt offenbar, daß zur Formirung der regelmäſſigen Körper nur folgende Arten regelmäſſiger Figuren können gebraucht werden; nämlich 1tens gleichſeitige Dreyecke. 2tens Quadrate. 3tens regelmäſſige Fünfecke.

1) Ein gleichseitiges Dreyeck hat einen jeden Winkel von 60° (Plan. 42.). Drey solche Flächen zusammengeschlossen, geben daher ein Eck des 1ten regelmässigen Körpers, Fig. 76. welcher ein Tetraeder heißt, weil er 4 Flächen hat.

2) Vier gleichseitige Dreyecke zusammengefüget, geben ein Eck des 2ten, nämlich eines Fig. 77. Oktaeder mit 8 Flächen.

3) Aus 5 gleichseitigen Dreyecken wird Fig. 78. ein Eck des Ikosaeder, welches in 20 Flächen. Sechs solche Flächen-macheten schon 6mal 60°, das ist 360° aus. Es können folglich nicht mehr als 5 gleichseitige Dreyecke zu einem Körperwinkel genommen werden.

4) Nehmen wir nun das Quadrat vor, so 90° im Winkel hat (Plan. 24). Drey Quadrate in einem Körperwinkel geben ein Fig. 75. Eck des Würfels (Cubus); mehr als 3 Quadrate können nicht zusammengefüget werden. Denn 4mal 90° ist wieder 360°. Der Würfel hat 6 Flächen.

5) Der Winkel eines regelmässigen Fünfeckes ist 108°. Drey solche Winkel geben uns ein Eck des 5ten und letzten regelmässi- Fig. 79. gen Körpers des Dodekaeder, mit 12 Flächen. 4 Winkel macheten viel über 360° aus, und können keinen regelmässigen Körper mehr geben.

Eben darum weil 3 Winkel eines regelmässigen Sechseckes (einer zu 120° (Plan. 36.) schon 360° sind; so ist aus dem Sechsecke und folglich noch weniger aus einem

nem Siebenecke, Achtecke, u. s. f., in welchem der Winkel immer gröſſer wird, kein regelmäſſiger Körper mehr möglich.

Daß aber die 5 benannten Körper regelmäſſig sind, sieht man daraus, weil sie mit lauter gleichgroſſen und regelmäſſigen Flächen einerley Art begränzet sind; welches hiezu erfoderlich ist (15). Alle diese Körper nennet man mit einem Worte Polyeder.

18.

I. Anmerkung.

Weil die auf dem flachen Papiere abgebildeten Körper unmöglich ganz vorgestellet werden können: so ist es höchst nothwendig, dergleichen Körper auch körperlich zu zeigen, um der schwachen Einbildungskraft der Jugend zu Hilfe zu kommen. Denn auf dem Papiere kann nicht mehr als die vordere Seite erscheinen; wiewohl man die Körper als durchsichtig annimmt, und daher die hintere verdeckte Seite mit blinden oder getüpfelten Linien andeutet. Unterdessen merke man bei gegenwärtiger Abbildung der regelmäſſigen Körper, daß in der 76ten Figur nur eine dreyeckige Fläche; bei der 78 und 79ten aber eben eine solche hintere Seite, wie die vordere verborgen sey. Nebst dem sind die vordern Seiten, auser den mittlern, verkürzet, wie sie in die Augen fallen, nicht wie sie in der Natur sind, vorgestellet. Die 75te Figur zeiget gleichfalls nur 3 an-

ſtatt 6, und die 77te faſt 4 ſtatt 8 Flächen, und dieſe perſpektiviſch ſchief, ſo wie man ſie ſchief anſchauet, nicht mit den gehörigen Winkeln, auſer C B C E F in der 75ten Figur.

19.

II. Anmerkung.

Aus eben erſt bemeldeter Urſache pfleget man aus dickem ſteifem Papiere oder Pappendeckel alle körperlichen Figuren zu machen, um ſie der Jugend zu zeigen. Hiezu wird aber erfodert, daß man eigene ſo genannte Netze verfertige, welche nach den gezeichneten Strichen gehörig zuſammengebogen, die verlangten Körper vorſtellen. Will man ſie aber zuſammen pappen, ſo iſt dienlicher, an einigen Ränden derſelben einen Vorſprung zu laſſen oder zuzugeben.

b. Wie dieſe regelmäſſige Körper zu zeichnen ſind.

20.

Erſte Aufgabe.

Ein Netz zu einem Tetraeder zu machen.

Auflöſung.

Fig. 80. Man mache ein gleichſeitiges Dreyeck D E F, und an jeder Seite deſſelben wieder eines,

eines, als E B F, A E D, und D F C (Plan. 40.). Die blinden Linien B F und D C deuten den Vorsprung an, welchen man machet, um die Seiten zusammenzupappen.

21.

Zweyte Aufgabe.

Ein Netz zu einem Oktaeder zu verfertigen.

Auflösung.

Man mache an das erst gemachte Oktaedernetz A B C noch ein solches. Dieß geschieht also. Man verlängere die Seite B C, bis C H dem F C gleich wird; und mache das gleichseitige Dreyeck C G H, ferner I C H, dann D C I, und endlich I H L. Fig. 81.

22.

Dritte Aufgabe.

Ein Netz zu einem Ikosaeder zu zeichnen.

Auflösung.

Man mache erstlich ein gleichseitiges Dreyeck A B C (Plan. 40). Die Grundlinie A B wird so lang fortgeführet, daß sie noch 4 solche abgebe. Durch C ziehe man eine zu dieser gleichlaufende Linie C E, so lang Fig. 82.

als

als 5 AB. Die Linie CB verlängere man bis in S, so, daß BS gleich CB werde. Durch die Punkten IF, KG, LH, MD, deßgleichen durch IB, KF, LG, MH und ED ziehe man endlich die gleichlaufenden Linien NT, OV, PX, QD, RE und NC, OY, PS, QT, RV, EX; so werden 20 gleichseitige Dreyecke für ein Ikosaeder.

23.

Vierte Aufgabe.

Ein Netz für einen Würfel zu machen.

Auflösung.

Fig. 83. Man zeichne 6 Quadrate (Plan. 41.) in Gestalt eines Kreuzes, wie das die 83te Figur zeiget; ACIK, IKLM, LMNO, NOBD in einer Reihe nach einander; dann EIGL und KFMH, ein jedes an einer Seite der mittlern Quadrate.

24.

Fünfte Aufgabe.

Ein Netz zu einem Dodekaeder zu machen.

Auflösung.

Fig. 84. Man mache erstlich ein regelmässiges Fünfeck ABCDE (Plan. 43.). Man

lege

lege das Lineal an die 2 Winkel A D, und ziehe die 2 Linien A G und D F, so groß als A B. Und so fahre man fort durch alle Winkel. Bei A C ziehe man I A und C H; bei E C, P E und C O; bei E B, M E und B N; bei D B, K D und B L. Hernach mache man aus G und L mit der Weite A B sich durchschneidende Bögen, um den Punkt Q zu bekommen. Eben also bestimme man aus N O den Punkt R; aus H und F das S; u. s. f. die Punkte T V. Dann ziehe man die Linien Q L und N R, R O und H S u. s. f.

Auf gleiche Art mache man die übrigen 6 Fünfecke a, b, c, d, e, f.

c. Arten der unregelmässigen Körper.

25.

Arten der unregelmässigen Körper sind unzählig mehr, als der regelmässigen. Hier wird nur von jenen gehandelt, in welchen die Grundfläche entweder sich gleich, oder wenigstens ähnlich bleibt.

26.

Wenn ein 3, 4, oder was immer für eine vieleckige Fläche sich mit gleichförmiger Bewegung von unten hinauf durch eine Linie beweget, mit Zurücklassung ihrer Fußstapfen; so entsteht ein Prisma; und zwar nach der Fig. 25.

Zahl

Fig. 86. Zahl der Ecke der Grundfläche ein 3, 4, oder mehreckiges.

27.

Ist die Grundlinie ein Parallelogramm; so heißt es insbesondere ein parallelepipedum. Es wird ein Würfel (17. n. 4.) wenn alle Seiten, das ist, Länge, Breite und Höhe einander gleich sind.

Fig. 87. Fig. 75.

28.

Ist die Grundfläche ein Zirkel; so nennet man es auch insbesondere einen Cylinder.

Fig. 88.

29.

Zugabe.

Weil ein Zirkel als ein Vieleck unzählig kleiner und vieler Seiten angesehen werden kann; so kann man auch einen Cylinder für ein Prisma unzähliger Seiten halten.

30.

Und je nachdem sich die Grundfläche entweder durch eine senkrechte oder schiefe Linie beweget; entstehet auch ein senkrechtes oder gerades (wie in angeführten Figuren) oder ein schiefes Prisma. Schiefe sieh in 89, 90, 91, 92, 94 Figuren.

Fig. 89. 90. 91. 92. 94.

31.

Wenn sich die Grundfläche von wie viel immer Ecken durch eine Linie von unten hinauf also beweget, daß sie beständig verhältnißmäßig kleiner wird, bis sie endlich gar

in

in einen Punkt gleichsam zusammenschmiltzt; so wird ein Pyramide daraus, 3, 4, oder mehreckig, senkrecht oder schief, wie vom Prisma ist gesaget worden. Sieh die 93, und 94te Figur. Fig. 93. 94.

32.

Wenn die Grundfläche ein Zirkel ist; so bekömmt sie einen besondern Namen, und heißt Kegel; welcher auch als eine Pyramide unzähliger Seiten kann angesehen werden. Fig. 95.

33.

Erreichet die Grundfläche nicht die oberste Spitze, so heißt so ein Körper eine gestümmelte Pyramide, ein gestümmelter Kegel. Fig. 6. 97.

34.

Daß die äuserlichen Flächen eines Prisma (die Grundfläche, und die obere ausgenommen) lauter Parallelogramme; und die Seiten einer Pyramide lauter Dreyecke sind, und zwar der Zahl nach so viel als die Grundfläche Seiten hat; zeiget das bloße Ansehen.

35.

Die Höhe aller Körper ist, wie bei den Flächen (Plan. 31.), eine senkrechte Linie, von dem obersten Gipfel oder Punkte auf die (wenn es nöthig ist, verlängerte) Grundfläche, als a b in der 86, 88, 90, 92, 93, 94. Figur. Fig. 86. 88. 90. 92. 93. 94.

36.

Die Achse aber heißt jene Linie, welche die Mittelpunkte der obern und untern Flächen in Prismaten, oder den Gipfel und den Mittelpunkt der Grundfläche in Pyramiden zu-
Fig. 92. 94. sammen hängt; wie a c in der 92 und 94ten Figur.

37.

I. Zugabe.

In senkrechten Körpern ist also die Höhe und die Achse eine und ebendieselbe Linie.

38.

II. Zugabe.

Nach der Stellung der Achse auf die Grundfläche ist der Körper entweder senkrecht oder schief (30).

d. Wie die unregelmässigen Körper zu zeichnen sind.

39.

Sechste Aufgabe.

Ein Netz zu einem prisma zu zeichnen.

Auflösung.

Fig. 98. Man mache erstlich die Grundfläche, welche z. B. ein Dreyeck sey A B C. Die Sei-

te

te AB verlängere man beiderseits in D und E, so daß AD gleich AC, und BE gleich BC werde. Auf AB, AD, und BE zeichne man 3 rechtwinklige Vierecke (Plan. 51) so hoch als begehret wird. Endlich mache man auf der Linie FG noch ein Dreyeck wie ABC.

40.

Siebente Aufgabe.

Ein Netz für ein Parallelepipedum zu machen.

Auflösung.

Es wird erstlich die Linie AE gezogen, darauf nehme man die Breite des Parallelepipedum AB, und die Länge desselben BC; hernach wieder die Breite CD, und wieder die Länge DE; und mache 4 rechtwinklige Vierecke nach der verlangten Höhe. Fig. 99.

Auf den Linien BC und FG aber mache man 2 rechtwinklige Vierecke so, daß die Breite BH gleich AB und FK gleich FM werde.

41.

Achte Aufgabe.

Ein Netz zu einem Cylinder zu verfertigen.

Auflösung.

Fig. 100. Man beschreibe 2 Zirkel einer Grösse A und B. Man suche ihren Umkreis (Long. 101.), und trage ihn aus A in C, und aus B in D unter der Höhe des Cylinders A B. Daraus werde ein rechtwinkliges Viereck A B C D, so den aufern Umfang des Cylinders abgibt.

42.

Neunte Aufgabe.

Ein Netz zu einer Pyramide zu zeichnen.

Auflösung.

Es sey z. B. eine zeckige Pyramide.

Fig. 101. Man beschreibe mit dem Halbmesser A B, so einer Seite der Pyramide gleich ist, einen Zirkelbogen, so groß daß alle Seiten der Grundfläche B D, D E und E C als Sehnen darein gehen. Auf D E werde die Grundfläche D E F gemacht.

43.

Zehnte Aufgabe.

Ein Netz für einen Kegel zu machen.

Auflösung.

Man beschreibe einen Zirkel der Grundfläche gleich; und verlängere den Durchmesser A B bis in C, solang als die Seite des Kegels ist. Fig. 102.

Hernach suchet man zu der Linie B C, zu dem Halbmesser A M, und zu 360° durch die Regel de tri die 4te Proportionalzahl; welche Grade andeutet, wie groß der Winkel D C E, und folglich der Bogen D E werden solle. Nachdem also aus C mit der Weite C A der Bogen D B gezogen worden; mache man man mit dem eingetheilten Halbzirkel (Winkelmesser, Transporteur) den gefundenen Winkel D C E. So ist das verlangte Netz fertig.

44.

Eilfte Aufgabe.

Ein Netz für einen gestümmelten Kegel zu zeichnen.

Auflösung.

Man mache erstlich das Netz für den ganzen Kegel, wie erst (43) gelehret worden. Fig. 102.

Dann schneide man mit dem Bogen HI so viel weg, daß HD die verlangte Seite des gestümmelten Kegels bleibe. Nun ist der Halbmesser des Zirkels FG zu suchen, welcher die 4te Proportionalzahl ist zu 360°, zu den Graden des Bogen DE, (folglich auch HI (Long. 52.)) und zu der Seite CF. Mit diesem beschreibe man den Zirkel FG, und lasse den obern Theil HCI weg.

45.

Zwölfte Aufgabe.

Einen Würfel auf dem papiere perspektivisch zu zeichnen.

Auflösung.

Fig. 75. Man zeichne erstlich eine Seite des Würfels, das ist ABEF natürlich (Plan. 41). Darauf mache man eine Raute ABDG, und darneben wieder eine BCFG (Plan. 52). Man kann auch die blinden Linien DH, AH und GH ziehen.

46.

Dreyzehnte Aufgabe.

Ein parallelepipedum perspektivisch zu zeichnen.

Auflösung.

Fig. 87. Man mache nur anstatt des Quadrates bei einem Würfel, hier ein rechtwinkliges

Vier-

Viereck ABEF (Plan. 51.), und ſtatt der Raute 2 länglichte Rauten ADBC und BCFG (Plan. 53.) Von blinden Linien verſteht ſich ein gleiches, wie beym Würfel.

47.

Vierzehnte Aufgabe.

Ein Prisma perſpektiviſch zu zeichnen.

Auflöſung.

Man zeichne erſt die Grundfläche ABC in der 85ten, oder ABCD in der 86ten Figur. Von AB laſſe man ſenkrechte Linien herabfallen, als AE, BF, und CD, oder AE, BF und DG, CH, ſo lang als das Prisma werden ſoll. Endlich mache man die Parallelogramme AD und BD, oder DE und DF. Fig. 85. 86.

48.

Fünfzehnte Aufgabe.

Eine Pyramide auf dem Papiere perſpektiviſch zu zeichnen.

Auflöſung.

Man mache erſtlich die Grundfläche AB CD, die verdeckten oder hintern Linien aber blinde. Aus dem Punkte A als der Höhe ziehe man die Linien aA, aB, und aD, (aC blind); und mache lauter Dreyecke. Fig. 93.

C. Einige Grund und Lehrsätze.

49.

Auf einen Punkt in einer Fläche läßt sich nur eine einzige senkrechte Linie errichten.

50.

Eben so kann auch von einem Punkte auser der Fläche nur eine einzige senkrechte Linie auf diese Fläche herabgelassen werden.

51.

Zwo auf einer Fläche senkrechte Linien sind mit einander gleichlaufend; und wenn eine von 2 gleichlaufenden Linien auf eine Fläche senkrecht ist; so ist es auch die andre.

52.

Wenn eine gerade Linie auf 2 Flächen senkrecht ist; so sind beyde Flächen mit einander gleichlaufend.

53.

Alle Prismen und Zylinder, welche gleiche Grundflächen, und gleiche Höhen haben, sind einander gleich. Das nämliche gilt auch von allen Pyramiden und Kegeln, deren Grundflächen und Höhen gleichgroß sind.

54.

Bei runden Körpern, als einer Kugel, eines Cylinders und Kegels läßt sich die Entstehungsart auch durch eine Zirkel- oder Wirbelbewegung vorstellen.

55.

Wenn sich ein rechtwinkliges Viereck a b C D um eine seiner Seiten a b sich herumdreht, mit Hinterlassung seiner Fußstapfen; so wird ein gerader Cylinder daraus. Fig. 88.

56.

Drehet sich ein rechtwinkliges Dreyeck a b C und ein Cathetus a b herum; so entsteht ein gerader Kegel. Fig. 95.

57.

Endlich die Bewegung eines Halbzirkels a c b d um seinen Durchmesser a b erzeuget eine Kugel. Fig. 103.

58.

Zweyter Lehrsatz.

Eine Diagonalfläche theilet ein Parallelepipedum in 2 gleiche Prismate.

Beweis.

Es sey das Parallelepipedum A C E G durch die Diagonalfläche A E C G getheilet; so wird das eckige Prisma A B C G F E dem andern A D C G E H gleich seyn. Fig. 87

Die Diagonallinie E G theilet das Parallelogramm E H G F in 2 gleiche Dreyecke (Plan. 72.), als welche die Grundflächen der Prismate sind. Die Höhen B F und D H, oder A E, oder C G sind auch einander gleich. Folglich sind beide Prismate einander gleich. (53).

59.

Dritter Lehrſatz.

Eine Pyramide iſt der dritte Theil eines Prisma, welches gleiche Höhe und Grundfläche mit ihr hat.

Beweis.

Fig. 104. Man ſtelle ſich in einem Würfel AG eine Pyramide AIEBC eingeſchrieben vor, welche mit ihrem Gipfel E bis in die Mitte des Würfels reiche, ſo wird man leicht begreifen, daß noch 5 ſolche Pyramiden auf den übrigen 5 Flächen des Würfels können eingeſchrieben werden; welche alle mit ihren Gipfeln in E zuſammentreffen, mithin gleiche Höhen und gleiche Grundflächen haben, folglich einander gleich ſind (53). Es iſt alſo eine ſolche Pyramide $\frac{1}{6}$ des Würfels, und $\frac{1}{3}$ des halben? Nun der halbe Würfel AL MKCB iſt ein Prisma, ſo gleiche Höhe und gleiche Grundfläche mit der Pyramide hat; folgſam iſt dieſe $\frac{1}{3}$ von einem ſolchen Prisma.

60.

I. Zugabe.

Weil ein Cylinder als ein Prisma von unzähligen Seiten (29.), und ein Kegel als eine ſolche Pyramide (32.) angeſehen werden

den kann; so ist auch ein Kegel $\frac{1}{3}$ eines Cylinders, der gleiche Höhe und Grundfläche hat.

61.

II. Zugabe.

Ein dreyeckiges hölzernes Prisma AF läßt sich gar schön in 3 gleiche Pyramiden zerschneiden. Erstlich schneidet man mit dem Schnitte ABE eine weg, nämlich ABCE. Der hintere Theil ABDFE gibt nach dem Schnitte z. B. BDE wieder 2; welche wegen gleicher Höhen und gleicher Grundflächen ABE, BDE gleich seyn werden. Zwo davon werden einander auch ähnlich seyn, die 3te aber nicht. Alle 3 sind schief. Fig. 105.

D. Von Berechnung der Körper.

62.

Bei einem Körper pfleget man entweder nur die äußern Flächen, oder dessen körperlichen Inhalt zu berechnen. Von beiden soll gehandlet werden.

a. Von Berechnung der Flächen.

63.

Die Flächenberechnung ist die nämliche, welche in der Planimetrie ist gelehret worden.

Die herauskommende Maß ist quadratisch (Plan. 87.). Jedoch sind einige Vortheile der Kürze halber zu bemerken.

1) In regelmässigen Körpern.

64.

Sechzehnte Aufgabe.

Die Oberfläche eines Tetraeders, Oktaeders, Ikosaeders zu berechnen.

Auflösung.

Man berechne nur eine der dreyseitigen Flächen (Plan. 93.), und multiplicire dieses quadratische Produkt, für einen Tetraeder mit 4, für ein Oktaeder mit 8, und für ein Ikosaeder mit 20 (denn so viele gleiche Flächen sind an diesen Körpern (17. n. 1. 2. 3.)). Dieses Vielfache gibt die Summe des ganzen Flächeninhaltes.

65.

Siebenzehnte Aufgabe.

Die Oberfläche eines Würfels zu finden.

Man rechne erstlich ein Quadrat desselben aus, und dieses nehme man 6mal. Z. B. Es sey die Länge, und also auch die Breite 5.

5
5 11
25
6

150 quadratische Zolle, oder 1 Quadratschuh, und 6 dergleichen Zolle.

66.

Achtzehnte Aufgabe.

Die Oberfläche eines Dodekaedes auszurechnen.

Auflösung.

Man suche den Inhalt eines Fünfeckes davon (Plan. 96.), und multiplicire diesen mit 12.

2) In unregelmässigen Körpern.

67.

Neunzehnte Aufgabe.

Die Oberfläche eines Prisma zu berechnen.

Auflösung.

Man berechne erstens die Grundfläche, und verdopple sie; so hat man den Inhalt der unteren und oberen Fläche.

Hernach suche man den Inhalt der Parallelogramme, womit das Prisma umgeben ist (34.); entweder nur eines, wenn alle

alle gleich sind, oder wenn sie ungleich sind, eines jeden in Sonderheit. Alle zusammen addirt, geben den Inhalt aller Flächen.

63.

Zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines Parallelepipedums zu finden.

Auflösung.

Man hat nur 3 Parallelogramme auszurechnen, weil jede 2 entgegengesetzte einander gleich sind. Den Inhalt aller 3 addire man, und multiplicire die Summe mit 2.

69.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines Cylinders auszurechnen.

Auflösung.

Man suche erstlich nach dem Durchmesser der Grundfläche den Umkreis derselben (Long. 101.) und berechne den Zirkel. Mit 2 multipliciret, gibt er beide, die obere und untere Fläche.

Hernach multiplicire man eben den gefundenen Umkreis mit der Höhe des Cylin-

linders, so bekömmt man die umgebende Fläche.

Endlich addire man hiezu die erstern 2 Flächen; so ist der ganze Flächeninhalt beisammen.

70.

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche einer Pyramide zu berechnen.

Auflösung.

Diese bekömmt man, wenn sowohl die Grundfläche, als auch die Seitendreyecke entweder einzeln, wenn sie ungleich sind; oder nur eine, wenn alle gleich sind, (aber hernach mit der Zahl der Seiten multiplicirt) suchet, und in eine Summe zusammenbringt.

71.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines Kegels zu finden.

Auflösung.

Man multiplicire den vorher (wie 69.) gesuchten Umkreis der Grundfläche mit der halben Seiten des Kegels, und addire zu diesem Produkte die Grundfläche (Plan. 97).

Fig. 102. Es sey z. B. der Durchmesser A in der Grundfläche $4''$, die Seite DC oder BC $6''$; so wird der Umkreis beiläufig $12''\frac{1}{2}$ seyn, die Grundfläche auch $12''\frac{1}{2}$ quadratisch.

$12''\frac{1}{2}$
3^{s}

$37\frac{1}{2}$ die umgebende Fläche.
$12\frac{1}{2}$ die Grundfläche.

$50''$ die ganze Fläche.

72.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines gestümmelten Kegels zu berechnen.

Auflösung.

Man suche erstens aus den Durchmessern AB und CD die Umkreise der obern und untern Fläche (Long. 101.), und damit ihren Inhalt (Plan. 97).

Hernach multiplicire man die halbe Summe beider Umkreise mit der Seite AC.

Alles zusammen addirt gibt die ganze Oberfläche.

Es sey der grössere Durchmesser $6''$, der kleinere $4''$, die Seite AC $8''$; so ist der grössere Umkreis $18''\frac{3}{4}$, oder kleinere $12''\frac{1}{2}$; des grössern Zirkels Inhalt $28''\frac{1}{8}$, des kleinern

nern $12''\frac{1}{2}$; die Summe oder Umkreise $31\frac{1}{4}$, die Hälfte davon $15\frac{5}{8}$.

$$\begin{array}{r} 15\frac{5}{8} \\ 8 \\ \hline 125 \\ 28\frac{1}{8} \\ 12\frac{1}{2} \\ \hline 165\frac{5}{8} \end{array}$$

der ganze Flächeninhalt.

73.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche einer Kugel zu berechnen.

Auflösung.

Nach dem Durchmesser suche man den gröſsern Umkreis der Kugel (Long. 101.), und mit diesem multiplicire man den ganzen Durchmesser. Das Produkt ist der quadratische Flächeninhalt der Kugel.

Es sey z. B. der Durchmesser $6''$; so wird der Umkreis $18''\frac{3}{4}$ und etwas mehr seyn. Nun 6mal $18\frac{3}{4}$, das ist, $113''\frac{1}{2}$ ist der Flächeninhalt.

b. Von Berechnung des körperlichen Inhaltes.

74.

Gleichwie bei der Berechnung einer Fläche ein quadratisches Maſs entsteht (Plan.

87)

87): so wird das Maß des körperlichen Inhaltes kubisch.

75.

Man multipliciret bei Berechnung des körperlichen Inhaltes erstlich die Länge mit der Breite (und dieß ist schon das quadratische Maß); und dann das quadratische Produkt wieder mit der Höhe; dieses gibt ein kubisches Maß.

76.

Eine kubische Ruthe oder Klafter ist folglich eine solche Ruthe oder Klafter, welche klafterlang, klafterbreit und klafterhoch ist. Eben also ist ein kubischer Schuh einen Schuh lang, 1 Schuh breit und 1 Schuh hoch u. s. f.

77.

Fig. 106. Man stelle sich vor eine quadratische Klafter ABCD; und diese 1 Schuh hoch, oder mit 1 Schuh multiplicirt; so wird schon ein Körper entstehen, welcher nicht mehr 36 quadratische, sondern 36 kubische Schuh enthält, wie FD.

78.

Fig. 107. Setzen wir nun, daß diese 36 quadratische Schuh oder Quadratklafter ABCD nicht mit 1, sondern mit 6 Schuhen (das ist, wieder mit 1 Klafter multiplicirt werden; so wird ein Würfel (Cubus) kb entstehen, welcher nicht nur 36, sondern 6mal 36, das ist 216 kubische Schuh, oder 1 kubische Klafter in sich begreift.

79.

Gleichermaſſen hat ein kubiſcher Schuh nicht 144, ſondern 12mal 144, oder 1628 kubiſche Zolle; ein kubiſcher Zoll ſo viel Linien u. ſ. f.

80.

Sechs und zwanzigſte Aufgabe.

Den Inhalt eines Priſma zu berechnen.

Auflöſung.

Man multiplicire die Grundfläche mit der Höhe (nicht mit der Achſe in den ſchiefen). Dieſes Produkt iſt in kubiſcher Maß (75.) der körperliche Inhalt des Priſma. Es ſey z. B. ein dreyeckiges Priſma, deſſen Grundfläche (als ein Dreyeck) 6′′ in der Grundlinie, und 4′′ in der Höhe habe. Hoch ſey dieſes Priſma 8′′. Die Grundfläche alſo wird 12 Quadratzolle enthalten (Plan. 93.), und das ganze Priſma 8mal 12 oder 96 kubiſche Zolle.

81.

Zugabe.

Weil ein Parallelopipedum, ein Würfel, und auch ein Cylinder nichts anders als ein Priſma iſt (27. 28.); ſo gilt eben dieſes von ihnen.

82

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt einer Pyramide zu finden.

Auflösung.

Man multiplilire die Grundfläche mit der ganzen Höhe; so hat man den Inhalt eines Prisma von gleicher Höhe, und Grundfläche. Nun die Pyramide ist $\frac{1}{3}$ desselben (59). Folglich dividire man das Produkt mit 3.

Man kann gleich die Grundfläche mit $\frac{1}{3}$ der Höhe, oder die Höhe mit $\frac{1}{3}$ der Grundfläche multipliciren; so erspart man die Division.

Es sey eine Pyramide, dessen Höhe (wie obiges Prisma (80)) 9″, die Grundfläche 12″ habe. Nun das Produkt 96 dividire man mit 3; so ist 32″ der Inhalt der Pyramide.

83.

Zugabe.

Ein gleiches versteht sich vom Kegel (60), der auch $\frac{1}{3}$ des Inhaltes eines Cylinders von gleicher Höhe und Grundfläche hat.

84.

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines gestümmelten Kegels auszurechnen.

Man suche erstlich den Inhalt des ganzen Kegels DCE (83.); hernach des obern weggeschnittenen CHI. Diesen ziehe man von jenen ganzen ab; so bleibt der Inhalt des Restes HIDE. Fig. 102.

Die Höhe aber des ganzen Kegels bekömmt man durch die Regel de tri, da man zu dem Unterschiede beider Halbmesser der obern und untern Fläche, zu der Höhe des gestümmelten Kegels, und zu dem grössern Halbmesser die 4te Proportionalzahl suchet.

Z. B. es sey der grössere Halbmesser 3″; der kleinere 2″; die Höhe 6″. Ist also der Unterschied beider Halbmesser 1.

Nun sage man: wie 1 zu 6, so verhält sich 3 zu 18. Dieß ist die 4te Proportionalzahl, oder die Höhe des ganzen Kegels. Hat man diese; so kann man die Höhe des obern weggeschnittenen Kegels leicht wissen, wen von der ganzen Höhe 18 die Höhe des gestümmelten Kegels 6 abzieht. Er wird also 12″ hoch seyn.

Was den Inhalt betrift, so ist die grössere Grundfläche 28 $\frac{1}{2}$, die kleinere 12 $\frac{1}{2}$ (72.). Mithin ist der Inhalt

alle gleich sind, oder wenn sie ungleich sind, eines jeden in Sonderheit. Alle zusammen addirt, geben den Inhalt aller Flächen.

63.

Zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines Parallelepipedums zu finden.

Auflösung.

Man hat nur 3 Parallelogramme auszurechnen, weil jede 2 entgegengesetzte einander gleich sind. Den Inhalt aller 3 addire man, und multiplicire die Summe mit 2.

69.

Ein und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines Cylinders auszurechnen.

Auflösung.

Man suche erstlich nach dem Durchmesser der Grundfläche den Umkreis derselben (Long. 101.) und berechne den Zirkel. Mit 2 multipliciret, gibt er beide, die obere und untere Fläche.

Hernach multiplicire man eben den gefundenen Umkreis mit der Höhe des Cylin-

linders, so bekömmt man die umgebende Fläche.

Endlich addire man hiezu die erstern 2 Flächen; so ist der ganze Flächeninhalt beisammen.

70.

Zwey und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche einer Pyramide zu berechnen.

Auflösung.

Diese bekömmt man, wenn sowohl die Grundfläche, als auch die Seitendreyecke entweder einzeln, wenn sie ungleich sind; oder nur eine, wenn alle gleich sind, (aber hernach mit der Zahl der Seiten multiplicirt) suchet, und in eine Summe zusammenbringt.

71.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines Kegels zu finden.

Auflösung.

Man multiplicire den vorher (wie 69.) gesuchten Umkreis der Grundfläche mit der halben Seiten des Kegels, und addire zu diesem Produkte die Grundfläche (Plan. 97).

Fig. 102. Es sey z. B. der Durchmesser A in der Grundfläche $4''$, die Seite DC oder BC $6''$; so wird der Umkreis beiläufig $12''\frac{1}{2}$ seyn, die Grundfläche auch $12''\frac{1}{2}$ quadratisch.

$12''\frac{1}{2}$
3
$37\ \frac{1}{2}$ die umgebende Fläche.
$12\ \frac{1}{2}$ die Grundfläche.
$50''$ die ganze Fläche.

72.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche eines gestümmelten Kegels zu berechnen.

Auflösung.

Man suche erstens aus den Durchmessern AB und CD die Umkreise der obern und untern Fläche (Long. 101.), und damit ihren Inhalt (Plan. 97).

Hernach multiplicire man die halbe Summe beider Umkreise mit der Seite AC.

Alles zusammen addirt gibt die ganze Oberfläche.

Es sey der grössere Durchmesser $6''$, der kleinere $4''$, die Seite AC $8''$; so ist der grössere Umkreis $18''\frac{3}{4}$, oder kleinere $12''\frac{1}{2}$; des grössern Zirkels Inhalt $28''\frac{1}{8}$, des kleinern

nern $12''\frac{1}{2}$; die Summe oder Umkreise $31\frac{1}{4}$, die Hälfte davon $15\frac{5}{8}$.

$$\begin{array}{r} 15\frac{5}{8} \\ 8 \\ \hline 125 \\ 28\frac{3}{8} \\ 12\frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

$165\frac{3}{8}$ der ganze Flächeninhalt.

73.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Die Oberfläche einer Kugel zu berechnen.

Auflösung.

Nach dem Durchmesser suche man den grössern Umkreis der Kugel (Long. 101.), und mit diesem multiplicire man den ganzen Durchmesser. Das Produkt ist der quadratische Flächeninhalt der Kugel.

Es sey z. B. der Durchmesser $6''$; so wird der Umkreis $18''\frac{3}{4}$ und etwas mehr seyn. Nun 6mal $18\frac{3}{4}$, das ist, $113''\frac{1}{2}$ ist der Flächeninhalt.

b. Von Berechnung des körperlichen Inhaltes.

74.

Gleichwie bei der Berechnung einer Fläche ein quadratisches Maß entsteht (Plan. 87)

87): so wird das Maß des körperlichen Inhaltes kubisch.

75.

Man multipliciret bei Berechnung des körperlichen Inhaltes erstlich die Länge mit der Breite (und dieß ist schon das quadratische Maß); und dann das quadratische Produkt wieder mit der Höhe; dieses gibt ein kubisches Maß.

76.

Eine kubische Ruthe oder Klafter ist folglich eine solche Ruthe oder Klafter, welche klafterlang, klafterbreit und klafterhoch ist. Eben also ist ein kubischer Schuh einen Schuh lang, 1 Schuh breit und 1 Schuh hoch u. s. f.

77.

Fig. 106. Man stelle sich vor eine quadratische Klafter ABCD; und diese 1 Schuh hoch, oder mit 1 Schuh multiplicirt; so wird schon ein Körper entstehen, welcher nicht mehr 36 quadratische, sondern 36 kubische Schuh enthält, wie FD.

78.

Fig. 107. Setzen wir nun, daß diese 36 quadratische Schuh oder Quadratklafter ABCD nicht mit 1, sondern mit 6 Schuhen (das ist, wieder mit 1 Klafter multiplicirt werden; so wird ein Würfel (Cubus) kb entstehen, welcher nicht nur 36, sondern 6mal 36, das ist 216 kubische Schuh, oder 1 kubische Klafter in sich begreift.

51.

79.

Gleichermaſſen hat ein kubiſcher Schuh nicht 144, ſondern 12mal 144, oder 1628 kubiſche Zolle; ein kubiſcher Zoll ſo viel Linien u. ſ. f.

80.

Sechs und zwanzigſte Aufgabe.

Den Inhalt eines Priſma zu berechnen.

Auflöſung.

Man multiplicire die Grundfläche mit der Höhe (nicht mit der Achſe in den ſchiefen). Dieſes Produkt iſt in kubiſcher Maß (75.) der körperliche Inhalt des Priſma. Es ſey z. B. ein dreyeckiges Priſma, deſſen Grundfläche (als ein Dreyeck) 6″ in der Grundlinie, und 4″ in der Höhe habe. Hoch ſey dieſes Priſma 8″. Die Grundfläche alſo wird 12 Quadratzolle enthalten (Plan. 93.), und das ganze Priſma 8mal 12 oder 96 kubiſche Zolle.

81.

Zugabe.

Weil ein Parallelopipedum, ein Würfel, und auch ein Cylinder nichts anders als ein Priſma iſt (27. 28.); ſo gilt eben dieſes von ihnen.

82

Sieben und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt einer Pyramide zu finden.

Auflösung.

Man multiplilire die Grundfläche mit der ganzen Höhe; so hat man den Inhalt eines Prisma von gleicher Höhe, und Grnndfläche. Nun die Pyramide ist $\frac{1}{3}$ desselben (59). Folglich dividire man das Produkt mit 3.

Man kann gleich die Grundfläche mit $\frac{1}{3}$ der Höhe, oder die Höhe mit $\frac{1}{3}$ der Grundfläche multipliciren; so ersparet man die Division.

Es sey eine Pyramide, dessen Höhe (wie obiges Prisma (80)) 9″, die Grundfläche 12″ habe. Nun das Produkt 96 dividire man mit 3; so ist 32″ der Inhalt der Pyramide.

83.

Zugabe.

Ein gleiches versteht sich vom Kegel (60), der auch $\frac{1}{3}$ des Inhaltes eines Cylinders von gleicher Höhe und Grundfläche hat.

84.

84.

Acht und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines gestümmelten Kegels auszurechnen.

Man suche erstlich den Inhalt des ganzen Kegels DCE (83.); hernach des obern weggeschnittenen CHI. Diesen ziehe man von jenen ganzen ab; so bleibt der Inhalt des Restes HIDE. Fig. 102.

Die Höhe aber des ganzen Kegels bekömmt man durch die Regel de tri, da man zu dem Unterschiede beider Halbmesser der obern und untern Fläche, zu der Höhe des gestümmelten Kegels, und zu dem grössern Halbmesser die 4te Proportionalzahl suchet.

Z. B. es sey der grössere Halbmesser 3″; der kleinere 2″; die Höhe 6″. Ist also der Unterschied beider Halbmesser 1.

Nun sage man: wie 1 zu 6, so verhält sich 3 zu 18. Dieß ist die 4te Proportionalzahl, oder die Höhe des ganzen Kegels. Hat man diese; so kann man die Höhe des obern weggeschnittenen Kegels leicht wissen, wen von der ganzen Höhe 18 die Höhe des gestümmelten Kegels 6 abzieht. Er wird also 12″ hoch seyn.

Was den Inhalt betrift, so ist die grössere Grundfläche 28 $\frac{1}{8}$, die kleinere 12 $\frac{1}{2}$ (72.). Mithin ist der Inhalt

des ganzen Kegels 268 $\frac{3}{4}$; des weggeſchnittenen 50; und folglich des geſtümmelten 118 $\frac{3}{4}$.

85.

Neun und zwanzigſte Aufgabe.

Den Inhalt einer Kugel zu finden.

Auflöſung.

Man multiplicire die oben (73.) gefundene Oberfläche der Kugel mit $\frac{1}{6}$ des Durchmeſſers. Alſo hat die dort berechnete Kugel auch 112 $\frac{1}{2}$, aber kubiſche Zolle.

86.

Dreyßigſte Aufgabe.

Den Inhalt eines unregelmäſſigen Körpers zu finden, er mag was immer für eine Figur haben.

Auflöſung.

Man lege ihn in ein hohles Gefäß, ſo die Figur eines Parallelopipedon hat.

Darauf gieße man Waſſer, oder wenn dieß nicht ſeyn kann, feinen Sand; ſo daß der Körper gänzlich damit bedecket iſt. Der Sand muß aber ſehr flach gebeutlet werden. Man merke an dem Gefäße die Höhe des

Waſ-

Wassers oder Sandes, und ziehe alsdann den Körper wieder sachte heraus. Die Höhe des jetzt stehenden Wassers oder flach gebeutelten Sandes werde wieder gemerket.

Nun ist gewiß, daß der körperliche Inhalt des eingesenkten Körpers eben so viel betrage, als der Abgang des Wassers oder Sandes.

Mithin berechne man nur dieses leere Parallelopipedon mit der bezeichneten Höhe; so bekömmt man den Inhalt des Körpers.

2. In regelmäßigen Körpern.

87.

Ein und dreyßigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Tetraeders zu berechnen.

Auflösung.

Ein Tetraeder ist eine Pyramide, wovon (82.) gehandlet wurden.

114.

Zwey und dreißigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Oktaeders zu finden.

Auflösung.

Ein Oktaeder ist eine doppelte Pyramide, deren Grundfläche der mittlere Durchschnitt

ist. Man berechne eine (82.), und duplire sie.

89.

Drey und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Ikosaeders zu berechnen.

Auflösung.

Ein Ikosaeder kann angesehen werden als aus 20 dreyeckigten Pyramiden zusammengesetzet, derer Grundflächen ausen sind, die Gipfel aber kommen im Mittelpunkte zusammen; so wie in der 104ten Figur vom Würfel gesagt worden. Nun berechne man eine Pyramide davon (82), und nehme diesen Inhalt zwanzigfach.

90.

Vom Würfel ist oben (81.) schon gehandlet worden.

91.

Vier und zwanzigste Aufgabe.

Den Inhalt eines Dodekaeders zu berechnen.

Auflösung.

Wie ein Ikosaeder aus 20; eben so kann ein Dodekaeder aus 12, aber 5eckigten Py-

ra-

ramiden zusammengesetzt betrachtet werden. Eine berechnete mit 12 multipliciret gibt den ganzen Inhalt.

3. In leeren Räumen.

92.

Leere Räume, welche mit Gränzen umgeben sind, kann man als Körper ansehen, und ihren Inhalt (nicht wie viel darinn ist, sondern wie viel hinein kommen kann) auf gleiche Art berechnen.

93.

Dergleichen leere Räume sind hauptsächlich in Gefäßen, als Fässern, Zimentern, Metzen u. d. g. zu messen.

94.

Diese Waß aber ist im gemeinen Gebrauche nicht kubisch; sondern bei flüssigen Körpern, als Wein, Bier, Wasser u. d. g. hat man Eimer, Maß, Halbe, Seitel; bei trockenen, als Getreid, Mehl u. d. g. sind Muth, Metzen, Viertel, Achtel; bei manchen, als Kohlen u. d. gl. auch kubisch, u. s. f.

95.

Von allen diesen Gefässen aber fällt keines öfter auszumessen vor, als die Fässer, sowohl da sie leer, als da sie voll, oder auch nur zum Theile gefüllet sind.

96.

Zur Ausmessung der Fässer hat man eigens hierzu verfertigte Maßstäbe, Visierstäbe genannt, welche in Eimer und seine Theile eingetheilet sind.

97.

Anmerkung.

Die österreichischen Fässer sind alle also gemachet, daß der Halbmesser beider Fußböden $\frac{1}{3}$ der Daubenlänge sey. Beinebens sind sie in der Mitte beim Beilloche um so viel erhöhet, daß der mittlere Durchmesser zwischen dem größten beym Beilloche, und dem kleinsten am Boden (das ist, die Hälfte der Summe beider) die halbe Länge des Fasses ausmache.

98.

Anmerkung.

Berechnet man ein Faß als einen Cylider, dessen Grundfläche so groß als der Boden des Fssaes, seine Höhe aber der Länge des Fasses gleich wäre, so würde man zu wenig erhalten. Wenn man es aber als einen Cylinder berechnete, dessen Grundfläche dem mittlern Durchschnitt des Fasses gleich ist, so würde man zuviel bekommen, Daher hat man folgende Regel angenommen.

99.

99.

Man mißt die Durchmesser des Bodens vom Faße, und den Durchmesser unter dem Spundloche in der Mitte desselben. Man nimmt das arithmetische Mittel zwischen diesen gefundenen Linien; dieses bestimmt den Durchmesser einer Grundfläche, deren Inhalt durch die Länge des Fasses multiplicirt wird, und den körperlichen Inhalt des Fasses gibt.

100.

Fünf und zwanzigste Aufgabe.

Einen Visierstab zu verfertigen, und mit demselben ein beliebiges Faß zu visiren

Auflösung.

1.) Man lasse sich ein Maßzimment verfertigen von gleicher Höhe und Weite.

2.) Man trage den Durchmesser, oder welches einerlei ist, die Höhe dieses Maßzimentes auf eine Seite eines hölzernen Stabes, so vielmal nach einander auf, als man will. Je nachdem man den Visirstab grösser oder kleiner verlanget. Und diese Seite nennet man die Längenseite.

3.) Auf der andern Seite trage man so viel gerade Linien auf, als man kann, doch so, daß ihre Quadrate wie die Zahlen 2, 3, 4, 5. u. f. anwachsen. Es verstehet sich, daß die erste dieser Linien ebenfalls dem Durch-

messer, oder der Höhe des Maßzimentes gleich seyn müsse; und diese Seite nennet man die Flächenseite. Alsdan schreibt man auf jeder Seite an die Theilungspunkte der Ordnung nach die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, ꝛc.

4.) Mit der Längenseite misset man die Länge des Fasses.

5.) Mit der Flächenseite erforschet man die Durchmesser sowohl bei dem Spundloche als auch an jedem Boden des Fasses.

6.) Aus diesen gefundenen Durchmessern nimmt man das arithmetische Mittel, welches man den reducirten Durchmesser nennt.

7) Den reducirten Durchmesser multiplicirt man mit der gefundenen Länge, so erhält man die verlangte Anzahlmasse, welche das Faß hält.

Z. B. Es enthalte der Durchmesser beim Spundloche 7 Theilungslinien auf der Flächenseite des Visirstabes. Der Durchmesser eines Bodens enthält 6, und der Durchmesser des andern Bodens $6\frac{1}{4}$ solche Theilungslinien: so wird der reducirte Durchmesser $6\frac{5}{12}$ seyn. Nun setze man die Länge des Fasses enthielt 12 Theilungslinien auf der langen Seite des Visirstabes, so darf man nur den reducirten Durchmesser $6\frac{5}{12}$ mit der Länge des Fasses, nämlich mit 12 multipliciren, so erhält man 77 Maß, oder einen Eimer und 37 Maaß für den verlangten Inhalt des Fasses.

101.

I. Anmerkung.

Man bedienet sich an verschiedenen Orten eines Visirstabes, bei dessen Gebrauche man alles Rechnens ganz überhoben ist. Um diesen zu verfertigen, läßt man 1tens ein Faß ausarbeiten, welches eine den grössern Fässern, die man visiren will, vollkommen ähnliche Figur hat, und genau ein gewisses Maß z. B. einen Eimer enthält. 2tens Man nimmt die Linie, welche von der Seitenöfnung bis in die Ecke des Fasses reicht, zur Einheit an, nnd tragt auf einen hölzernen Stab die Zahlen 2, 3, 4, ꝛc. in solche Punkte, wo der Kubus 2, 3, 4mal ꝛc. gröſser wird, als der Kubus von der erstgedachten Linie, welche von der Seitenöfnung bis in die Ecke des Fasses reicht: so ist dieser Visirstab fertig.

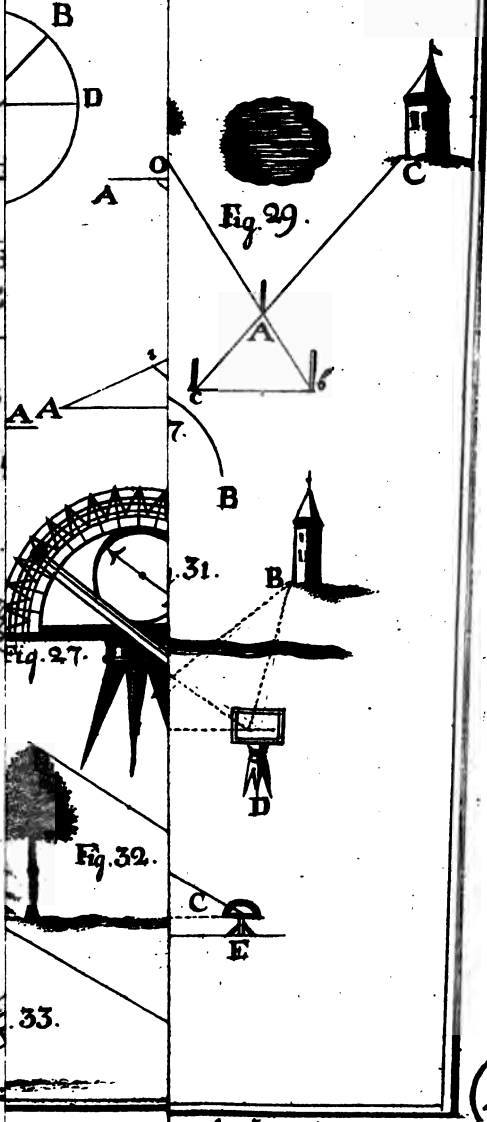
Der Gebrauch davon ist folgender: wenn man diesen Visirstab in einem grössern Fasse von dem Spundloche in die Ecke eines Bodens stößt, so hat man das Maß dieses Fasses ohne weitere Rechnung an der Zahl, welche sich an der inwendigen Seite des Spundloches (im Lichten, wie man saget) findet. Man nennet diesen Visirstab den kubischen, jenen aber bei (100.) beschriebenen, den zylindrischen Visirstab.

102.

II. Anmerkung.

Man ſiehet leicht, daß der kubiſche Viſirſtab nur bei Fäſſern von einer ganz ähnlichen Figur ſtatt habe, folglich in Handelsſtädten, wo die Fäſſer aus ſo vielen Orten, und von ſo verſchiedener Figur zu meſſen vorkommen, nicht könne gebraucht werden. Nebſt dieſem iſt es ein ſehr gewöhnlicher Betrug bei jenen Fäſſern, in welchen Wein, Brandwein, ꝛc. von den erſten Verkäufern aus dem Lande geſandt wird, daß die Bodenſtäbe in den Winkel, wo ſie in die Seitenſtäbe des Faſſes einpaſſen, ſo abgeſchärfet werden, daß der kubiſche Viſirſtab ſo viel weiter in die Vertiefung gehet, daß derſelbe an dem Spundloche, wo das Maß genommen wird, leichtlich ein Viertel, ja noch mehr über dasjenige angibt, was wirklich in dem Faſſe enthalten iſt. Bei dem cylindriſchen Viſirſtabe iſt dieſer Betrug nicht möglich.

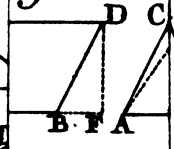
Ende der Stereometrie.



UNIV. OF

Aug. Zenger sc.

Fig. 44.



30.

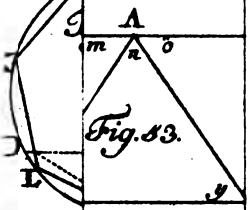
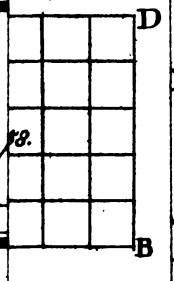


Fig. 43.



18.

a

Fig. 47.

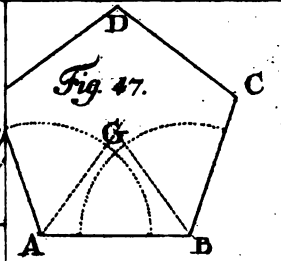
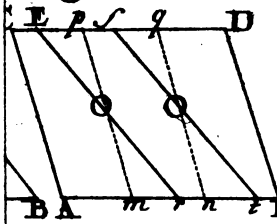
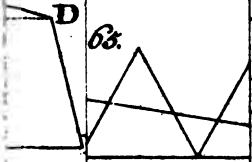
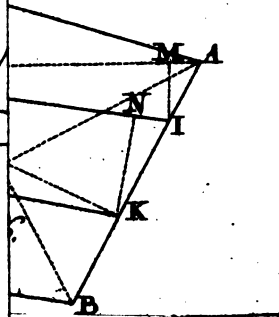


Fig. 61.

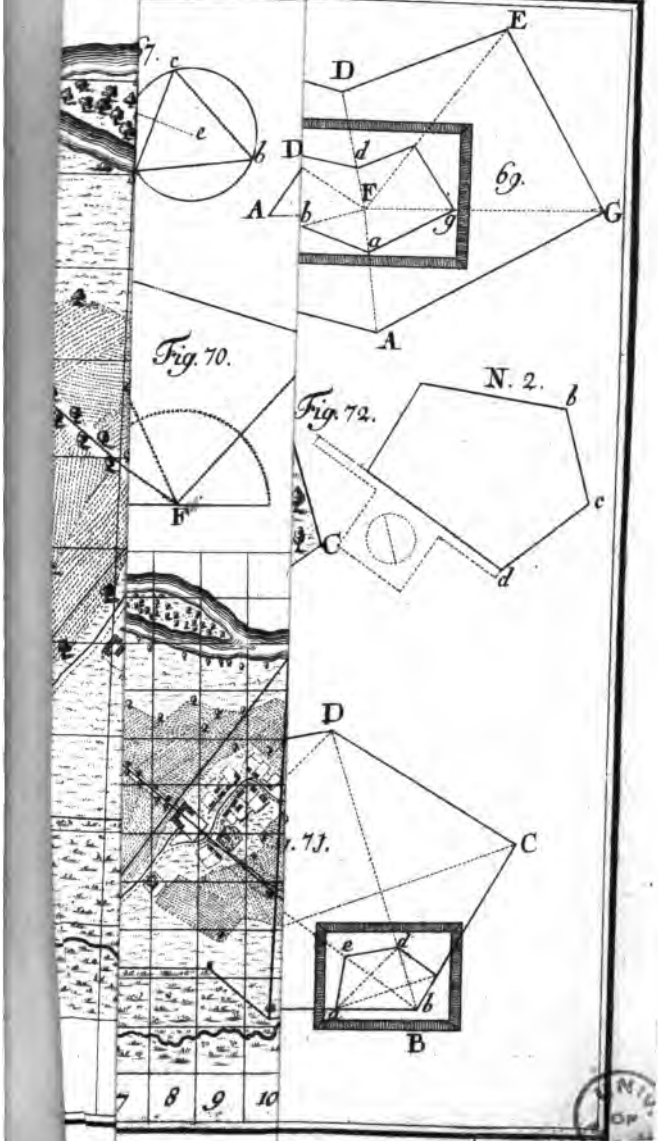


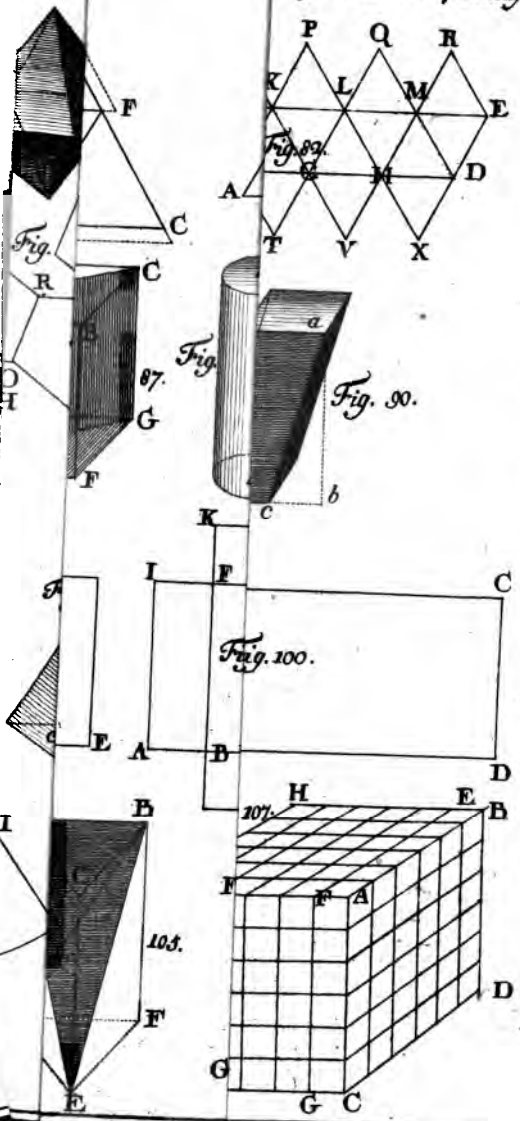


63.



UNIV.


E
D
D
d
F
A
b
g
G
a
A
69.
Fig. 70.
F
Fig. 72.
N. 2.
b
c
C
d
D
C
71.
e
a
b
B
7
8
9
10


P
Q
R
K
L
M
E
Fig. 89.
A
N
M
D
T
V
X
F
C
Fig.
C
R
B
D
H
87.
G
F
Fig.
a
Fig. 90.
b
c
K
I
F
C
Fig. 100.
A
B
D
E
H
E
B
107.
I
B
F
F
A
105.
D
F
G
E
G
C